

Evaluación unidad 10 Introducción al concepto de límite

CRITERIOS DE EVALUACIÓN		ESTÁNDARES	Descriptores/ Indicadores	ACTIVIDADES				
				1	2	3	4	5
B.4. Funciones	3. Calcular límites finitos e infinitos de una función en un punto o en el infinito para estimar las tendencias. (**) 4. Conocer el concepto de continuidad y estudiar la continuidad en un punto en funciones polinómicas, racionales, logarítmicas y exponenciales. (**)	3.1. Calcula límites finitos e infinitos de una función en un punto o en el infinito para estimar las tendencias de una función. (**) 4.1. Examina, analiza y determina la continuidad de la función en un punto para extraer conclusiones en situaciones reales. (**)	Calcula el límite de una función en un punto.	(1)				©
			Calcula límites infinitos.		©			©
			Calcula límites en el infinito.		☺			©
			Resuelve indeterminaciones del tipo $\frac{0}{0}$.	(i)				
			Resuelve indeterminaciones del tipo $\frac{\infty}{\infty}$.		©		0)	
			Estudia la continuidad de una función y clasifica sus discontinuidades.				9	☺
			Determina los valores de un parámetro para que una función sea continua.					☺
			Halla el límite de sucesiones y funciones del tipo 1^{∞} .			©		
Puntuación				2	2	1,5	1,5	3

SOLUCIONES

1. a)
$$\lim_{x \to 4} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x - 5} = \frac{e^2}{-1} = -e^2$$

b)
$$\lim_{x \to 1^{+}} \frac{x+3}{x^2-1} = \frac{4}{0} \Rightarrow \lim_{x \to 1^{+}} \frac{x+3}{x^2-1} = -\infty$$

c)
$$\lim_{x\to 0} \frac{5x}{x^3 - 2x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{5x}{x \cdot (x^2 - 2)} = -\frac{5}{2}$$

d)
$$\lim_{x \to -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 + 1} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \to -1} \frac{(x+1) \cdot (x+3)}{(x+1) \cdot (x^2 - x + 1)} = \frac{2}{3}$$

2. a)
$$\lim_{x \to -\infty} -x^5 + 4x^3 - 6x + 1 = +\infty$$

b)
$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 5x + 1} = +\infty$$

c)
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 7x + 15}{10x - 3x^2} = -\frac{1}{3}$$

d)
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x^2 - x^3}{4 - 5x^3} + \frac{4}{x} \right) = \frac{1}{5}$$

$$3. \quad \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+4} \right)^{5n} = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3n+4-4-1}{3n+4} \right)^{5n} = \lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{-5}{3n+4} \right)^{5n} = \lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{3n+4}{-5}} \right)^{5n} \left(\frac{-\frac{3n+4}{5}}{5} \right)^{5n} = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3n+4}{5} \right)^{5n} = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3n+4}{5}$$

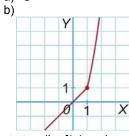
$$= \lim_{n \to +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{3n+4}{-5}} \right)^{\left(-\frac{3n+4}{5}\right)} \right]^{5n\left(\frac{5}{3n+4}\right)} = e^{-\frac{25}{3}}$$

4. a) El único punto donde no es continua es donde se anula el denominador, que es x = -1.

Como $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 1}{2x + 2} = \lim_{x \to -1} \frac{(x + 1) \cdot (x - 1)}{2 \cdot (x + 1)} = -1$, se trata de una discontinuidad evitable.

- b) Los dos trozos de la función son continuos en los dominios donde se han definido. Hay que analizar el caso x = 0. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 1 = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$. Luego es continua en x = 0, con lo que f es continua en \mathbb{R} .
- c) En la zona x < -1 no hay problema de continuidad. En la otra zona hay un problema en x = 0, donde se produce una discontinuidad de salto infinito. Se analiza lo que ocurre en x = -1.

 $\lim_{x \to -1^-} f(x) = e \neq \lim_{x \to -1^+} f(x) = -1 = f(-1)$, luego no es continua en x = -1 y por lo tanto f es continua en $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$



c) I.
$$\lim_{x \to 1^{-}} f(x) = -1$$

II.
$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$$

III.
$$\lim_{x \to \infty} f(x) = 19$$

IV:
$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$$

sm