

$$31. a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + x - 1} = \frac{5}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 6}{3x^2 - x + 5} = 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^4 - 5x^2 + 6}}{3x^2 + 2x - 4} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 6x - 7}{x^2 - 5x + 3} = -\infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - x + 2}{\sqrt{x^6 + 3x^3 - 2x}} = 5$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^2 - x}{\sqrt{169x^4 - x^2 + 8}} = 1$$

$$32. a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{25x^2 - 7} - 5x) = 0$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{5} \right) = \infty$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} (6x - \sqrt{4x^2 + x - 1}) = \infty$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 8}{3} - 2x \right) = \infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} (6x - \sqrt{4x^4 - x^2 - 2x^2}) = -\frac{1}{4}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} (8x - \sqrt{16x^2 + x - 3}) = \infty$$

$$33. a = 2$$

$$34. a = -8$$

$$35. a) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{8}{x-3} \cdot \frac{x^2 - x - 6}{3x - 8} \right) = 40$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \cdot \frac{x^2 - 2x}{2} \right) = 1$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \left((3x + 3) \cdot \frac{1}{x^2 - 2x - 3} \right) = -\frac{3}{4}$$

$$36. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+x)^2 - 1}{x} = 3$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x} = 12$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = 0$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x} = -\frac{1}{2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-1} - x) = -\infty$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 2x - 8} = \frac{5}{6}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{2x^2 - 4x} = \frac{-1}{4}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 1$$

$$j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2+x)^2 - 4}{x} = +\infty$$

$$k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{x-1}} = -2$$

$$l) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + 3x} - x) = +\infty$$

$$37. \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \text{ y } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5$$

No existe el límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow 3$, ya que no coinciden los límites laterales.

$$38. \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3 \text{ y } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$$

No existe el límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow -1$, ya que no coinciden los límites laterales.

$$39. a) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$40. a) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

$$b) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$

$$c) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} h(x)$$

$$d) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} j(x)$$

$$41. a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 6$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

$$42. a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 4$$

c) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$d) \lim_{x \rightarrow -6} f(x) = 10$$

$$43. a) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 13$$

$$31. a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + x - 1} = \frac{5}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 6}{3x^2 - x + 5} = 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^4 - 5x^2 + 6}}{3x^2 + 2x - 4} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^3 + 6x - 7}{x^2 - 5x + 3} = -\infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - x + 2}{\sqrt{x^6 + 3x^3 - 2x}} = 5$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{13x^2 - x}{\sqrt{169x^4 - x^2 + 8}} = 1$$

$$32. a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{25x^2 - 7} - 5x) = 0$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{5} \right) = \infty$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (6x - \sqrt{4x^2 + x - 1}) = \infty$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 8}{3} - 2x \right) = \infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} (6x - \sqrt{4x^4 - x^2 - 2x^2}) = -\frac{1}{4}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 + x - 3}) = \infty$$

$$33. a = 2$$

$$34. a = -8$$

$$35. a) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{8}{x-3} \cdot \frac{x^2 - x - 6}{3x - 8} \right) = 40$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} \cdot \frac{x^2 - 2x}{2} \right) = 1$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \left((3x + 3) \cdot \frac{1}{x^2 - 2x - 3} \right) = -\frac{3}{4}$$

$$36. a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+x)^2 - 1}{x} = 3$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2+x)^3 - 8}{x} = 12$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = 0$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x} = -\frac{1}{2}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-1} - x) = -\infty$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 2x - 8} = \frac{5}{6}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{2x^2 - 4x} = \frac{-1}{4}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 1$$

$$j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2+x)^2 - 4}{x} = +\infty$$

$$k) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{x-1}} = -2$$

$$l) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^3 + 3x} - x) = +\infty$$

$$37. \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \text{ y } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5$$

No existe el límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow 3$, ya que no coinciden los límites laterales.

$$38. \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -3 \text{ y } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$$

No existe el límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow -1$, ya que no coinciden los límites laterales.

$$39. a) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$40. a) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

$$b) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$

$$c) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} h(x)$$

$$d) \nexists \lim_{x \rightarrow 2} j(x)$$

$$41. a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 6$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$$

$$42. a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 4$$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ no existe ya que no coinciden los límites laterales.

$$d) \lim_{x \rightarrow -6} f(x) = 10$$

$$43. a) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 13$$

d) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 6$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ no existe.

44. a) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 2$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 3$

45. No, ya que los valores de sus límites laterales no coinciden.

46. Actividad número 25.

 $f(x)$ no es continua, sino discontinua en $x = -3$, $x = 0$ y $x = 3$. $g(x)$ no es continua, sino discontinua en $x = -7$, $x = -5$, $x = -3$ y $x = 3$.

Actividad número 26.

 $f(x)$ es continua en todo su dominio. $g(x)$ es continua en todo su dominio.47. En $x = -1$, $f(x)$ tiene una discontinuidad de primera especie de salto infinito; en $x = 0$ es continua, y en $x = 1$ tiene una discontinuidad evitable.48. La función es continua en $x = 3$ ya que $f(3) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$.49. La función es continua en $x = 1$ ya que $f(1) = -2$ y $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$.La función no es continua en $x = 4$ ya que no existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.50. $f(x)$ no es continua en $x = 2$ pero si es continua en $x = 4$. La función es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$.51. En $x = 0$, $f(x)$ es continua, y en $x = \sqrt{2}$ tiene una discontinuidad de primera especie de salto infinito.52. No existe ningún valor k que pueda hacer continua a la función, pues la discontinuidad que existe en $x = 1/2$ es de primera especie y no evitable.53. Para $k = 3$.54. $m = -10$ 55. $k = -4$ 56. $k = 9$ 57. $k = 6$ 58. a) Es discontinua en $x = 3$ y $x = -3$.

b) No tiene puntos de discontinuidad.

PROBLEMAS

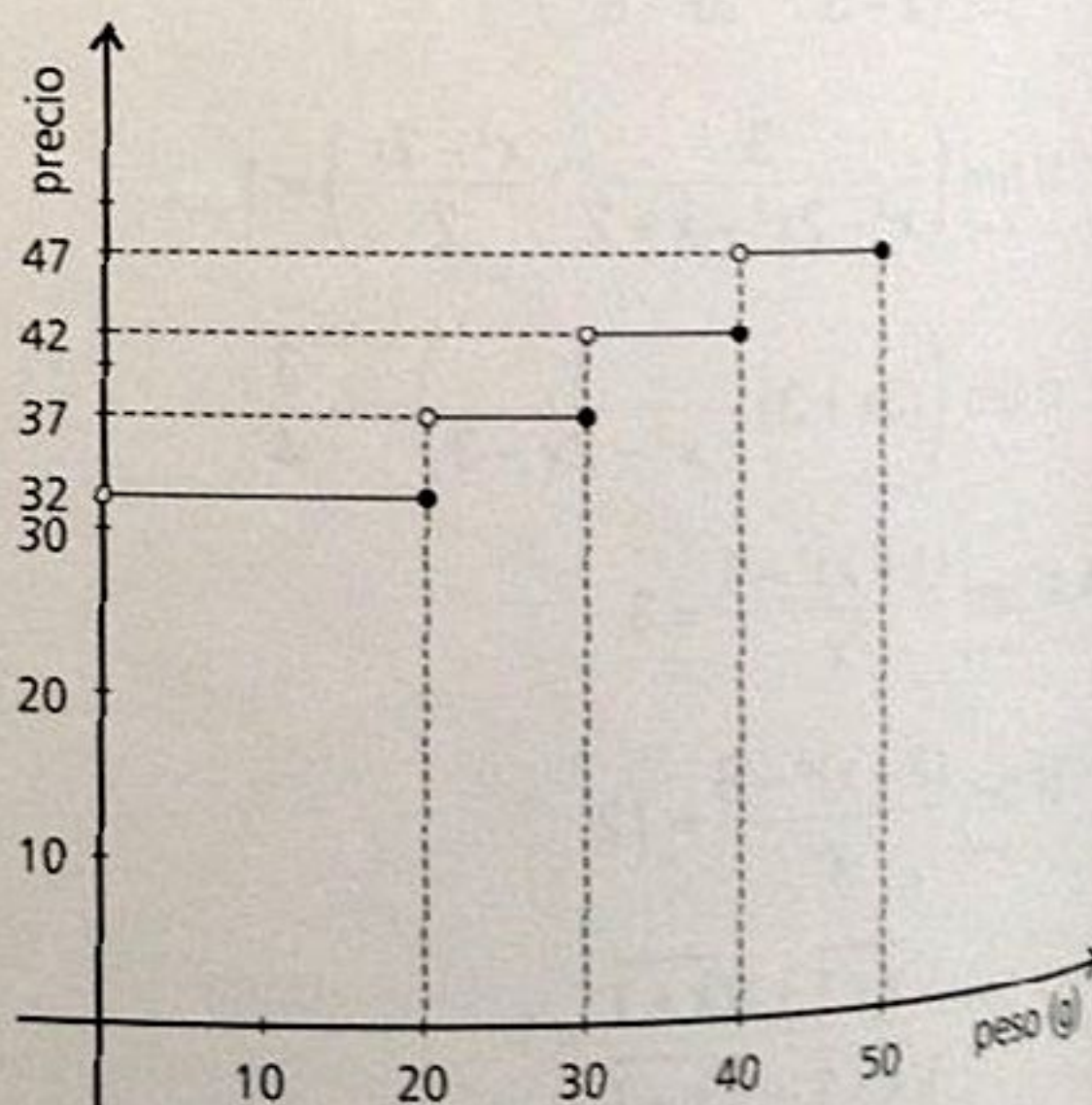
59. a) La población actual es: $f(0) = 7200$ habitantes.

b) Dentro de dos años la población sera:

$$f(2) = 7240 \text{ habitantes}$$

c) Si la función fuese válida de forma indefinida, la población se estabilizaría en torno a 7250 habitantes, ya que este número es el valor límite de la función cuando x tiende a infinito.60. a) El número de montajes es $M(1) = 6$ b) Crece, ya que la función $f(t) = 30t$ crece más rápidamente que la función $g(t) = t + 4$.c) El número de montajes se estabilizaría en torno a los 30, ya que este número es el valor del límite de la función cuando x tiende a infinito.

61. a)

b) Como puede verse en la gráfica, la función es discontinua en todos los puntos de la forma $x = 20 + 10k$ donde $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ ya que en dichos puntos los límites laterales no coinciden y en ellos existe un salto finito.

ACTIVIDADES

11. a) $TVM = 56$

b) $TVM = -3$

c) $TVM = -\frac{19}{32}$

12. a) $TVM[-2, 3] = 3$

b) $TVM[-1, 4] = 2$

c) $TVM[1, 5] = 28$

d) $TVM\left[0, \frac{\pi}{4}\right] = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

e) $TVM\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right] = \frac{6-6\sqrt{2}}{\pi}$

13. a) $TVI = 14$

b) $TVI = -\frac{1}{9}$

c) $TVI = 2a$

d) $TVI = 0$

14. a) $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} =$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7(1+h)^2 - 6 - 1}{h} = 14$$

b) $g'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+h) - g(2)}{h} =$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{(2+h)^2} - \frac{3}{4}}{h} = -\frac{12}{16} = -\frac{3}{4}$$

c) $h'(-1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-1+h)^3 + 2(-1+h) - (-1-2)}{h} = 5$

15. a) $f'(2) = 9$

b) $f'(1) = 0$

c) $f'(-2) = 11$

d) $f'(3) = 21$

e) $f'(-1) = 8$

f) $f'(4) = 54$

16. La derivada de $f(x)$ en $x = 2$ existe y vale 4.

17. a) $f'(x) = \begin{cases} 4x-4 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x-2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

b) $f'(x) = \begin{cases} 3x^2-2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4x-2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

c) $f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

18. a) $f'(x) = 2x$

b) $f'(x) = 2x+1$

c) $f'(x) = 2x-2$

d) $f'(x) = -4x$

e) $f'(x) = 3x^2-1$

f) $f'(x) = 3x^2-2x+1$

19. a) $f'(x) = 28x^6$

b) $f'(x) = -10x^{-4}$

c) $f'(x) = 12(2x+1)^5$

d) $f'(x) = 4 \operatorname{tg} x (1 + \operatorname{tg}^2 x)$

e) $f'(x) = -\frac{4}{3}x^{-4/3}$

f) $f'(x) = \frac{7}{2}x^{5/2}$

g) $f'(x) = 14x^{11/3}$

h) $f'(x) = -\frac{15}{2}x^{-5/2}$

i) $f'(x) = \frac{2x}{3}(x^2-1)^{-2/3}$

j) $f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-3/2}$

k) $f'(x) = -\frac{8}{3}x^3(x^4+3)^{-5/3}$

l) $f'(x) = \frac{1}{4}x^{-3/4}$

m) $f'(x) = \frac{7}{12}x^{-5/12}$

n) $f'(x) = \frac{-13x+21}{2\sqrt{x} \cdot (x^2-3x)^4}$

o) $f'(x) = \frac{x \cos x - 7 \sin x}{x^8}$

p) $f'(x) = \frac{-x^2+9}{x^4}$

q) $f'(x) = \frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$

r) $f'(x) = \frac{-x^2+12x-20}{(x+2)^4}$

s) $f'(x) = \frac{xe^x \ln x - e^x}{x(\ln x)^2}$

t) $f'(x) = \frac{x(1+\operatorname{tg}^2 x) - 2 \operatorname{tg} x}{x^3}$

20. a) $f'(x) = 3 \cos 3x$

b) $f'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x$

c) $f'(x) = 3x^2 \cos x^3$

d) $f'(x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos x$

e) $f'(x) = -4 \cos^3 x \cdot \sin x$

f) $f'(x) = -3 \operatorname{tg}^2 x \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 x)$

g) $f'(x) = -\frac{1}{3} \cos^{-2/3} x \cdot \sin x$

h) $f'(x) = \frac{1}{2} \sin^{-1/2} x \cdot \cos x$

i) $f'(x) = 2 \operatorname{tg}^{-1/2} x \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 x)$

j) $f'(x) = \frac{3}{8} x^{-11/8} \sin x^{-3/8}$

k) $f'(x) = -3 \cotg^2 x \cdot (1 + \cotg^2 x)$

l) $f'(x) = 4 \cotg^{-5} x \cdot (1 + \cotg^2 x)$

21. a) $f'(x) = (2x+1) \cdot \sin x + (x^2+x) \cdot \cos x$

b) $f'(x) = \frac{7x^4 - 6x^3 + 3x^2 - 2x}{2\sqrt{x^3 - x^2}}$

c) $f'(x) = e^x (\cos x - \sin x) + x \cdot (2 \cos x - \sin x)$

d) $f'(x) = (2x-1) \arcsen x + \frac{x^2 - x - 1}{2\sqrt{1-x^2}}$

e) $f'(x) = \frac{2^{x-1} \cdot (3x^2 + 2x^3 \ln 2 - 6 \ln 2)}{2\sqrt{x^3 - 3}}$

f) $f'(x) = (20x^3 - 6x) \ln(x^5 - x^3) + \frac{(5x^4 - 3x^2)^2}{x^5 - x^3}$

g) $f'(x) = (9x^2 - 8x) \log_3(x^2 + 1) + \frac{6x^4 - 8x^3}{x^2 + 1} \cdot \log_3 e$

h) $f'(x) = \frac{\ln(x^3 - 2x^2)}{1 - x^2} + \frac{3x - 4}{x^2 - 2x} \cdot \operatorname{arctg} x$

i) $f'(x) = (5x^4 - 4x) \arccos x - \frac{x^5 - 2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

j) $f'(x) = 2x [\ln(x^2 + 1) + 1]$

k) $f'(x) = \frac{2x \cdot \arcsen x}{x^2 + 1} + \frac{\ln(x^2 + 1)}{\sqrt{1-x^2}}$

l) $f'(x) = \frac{(3x^2 - 2x) \cdot \cos x}{2\sqrt{x^3 - x^2}} = \sqrt{x^3 - x^2} \cdot \sin x$

22. a) $f'(x) = \frac{3x^2}{\sin x^3 \cos x^3}$

b) $f'(x) = -2 \operatorname{tg} x$

c) $f'(x) = \frac{4x}{x^2 - 7}$

d) $f'(x) = \cotg x$

e) $f'(x) = \frac{5x^4 - 6x + 1}{x^5 - 3x^2 + x}$

f) $f'(x) = \frac{2x e^x}{e^{x^2} + 3}$

g) $f'(x) = \frac{2}{\sin x \cos x}$

h) $f'(x) = \frac{3}{x \ln 10}$

i) $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 6) \ln 2}$

23. a) $f''(x) = 6x - 6; f'''(x) = 6$

b) $f''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}; f'''(x) = -\frac{6}{(x-1)^4}$

c) $f''(x) = \frac{18x^2 + 6}{(x^2 - 1)^3}; f'''(x) = -\frac{72 \cdot (x^3 + x)}{(x^2 - 1)^4}$

d) $f''(x) = \frac{4x^3 + 48x}{(x^2 - 4)^3}; f'''(x) = -\frac{12x^4 + 288x^2 + 192}{(x^2 - 1)^4}$

e) $f''(x) = -\frac{1}{x^2}; f'''(x) = -\frac{2}{x^3}$

f) $f''(x) = 2e^x + x e^x = e^x \cdot (2+x); f'''(x) = e^x \cdot (3+x)$

g) $f''(x) = \frac{x-2}{e^x}; f'''(x) = \frac{3-x}{e^x}$

h) $f''(x) = 2 \ln x + 3; f'''(x) = \frac{2}{x}$

i) $f''(x) = e^x \cdot (x^3 + 6x^2 + 6x);$
 $f'''(x) = e^x \cdot (x^3 + 9x^2 + 18x + 6)$

j) $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x; f'''(x) = -3 \sin x - x \cos x$

k) $f''(x) = -2 \sin x - x \cos x; f'''(x) = x \sin x - 3 \cos x$

24. a) $f'(x) = 2(x^{\sin x} \cdot \ln x \cdot \cos x + \sin x \cdot x^{\sin x - 1})$

b) $f'(x) = 4[x \cdot (\sin x)^{x-1} \cdot \cos x + (\sin x)^x \cdot \ln(\sin x)]$

c) $f'(x) = -\sin^2 x \cdot (\cos x)^{\sin x - 1} +$
 $+ (\cos x)^{\sin x + 1} \cdot \ln(\cos x)$

d) $f'(x) = (\sin x)^{\operatorname{tg} x} + \sec^2 x \cdot (\sin x)^{\operatorname{tg} x} \cdot \ln(\sin x)$

e) $f'(x) = (\sin x)^{\sin x} \cdot \cos x \cdot [1 + \ln(\sin x)]$

f) $f'(x) = x^{\operatorname{tg} x} \cdot \left[\frac{\operatorname{tg} x}{x} + \ln x \cdot \sec^2 x \right]$

g) $f'(x) = -x \cdot \operatorname{cosec}^2 x \cdot (\cotg x)^{x-1} +$
 $+ (\cotg x)^x \cdot \ln(\cotg x)$

h) $f'(x) = (\cos x)^{\cos x} [-\sin x \ln(\cos x) - \sin x]$

i) $f'(x) = x^{x+5} \cdot \left[\ln x + \frac{x+5}{x} \right]$

25. a) $f'(x) = 5 \sin(-5x)$

b) $f'(x) = (3x^2 + 1) \cdot \cos(x^3 + x + 2)$

c) $f'(x) = 4x \cdot \sin(x^2 + 4) \cdot \cos(x^2 + 4)$

d) $f'(x) = -\cos(\cos x) \cdot \sin x$

$$e) f'(x) = \frac{-2}{x^3 \cdot \cos^2(x^{-2})}$$

$$f) f'(x) = \frac{8x+1}{\cos^2(4x^2+x)}$$

$$g) f'(x) = \sin(\cos x) \cdot \sin x$$

$$h) f'(x) = \frac{-2x}{x^2+1} \cdot \sin[\ln(x^2+1)]$$

$$i) f'(x) = e^x \sec^2 e^x$$

$$j) f'(x) = 6x(x^2+1)^2 \cdot \sin 2(x^2+1)^3 \cdot \cos(x^2+1)^3$$

$$k) f'(x) = -3 \operatorname{cosec}^2(3x+8)$$

$$l) f'(x) = -6x^2(x^3+1) \cdot \operatorname{cosec}^2(x^3+1)^2$$

$$m) f'(x) = \cos[\ln(x^2+1)] \cdot \frac{2x}{x^2+1}$$

$$n) f'(x) = \frac{6x^2 \cdot \operatorname{tg} x^3}{\cos^2 x^3}$$

$$26. a) f'(x) = 6x \cdot \cotg(x^2+5)$$

$$b) f'(x) = \frac{3x-2}{x \cdot (x-1) \cdot [1 + \ln^2(x^3-x^2)]}$$

$$c) f'(x) = (3x^2-2x) \cdot \ln(\operatorname{tg} x) + \frac{x^3-x^2}{\sin x \cdot \cos x}$$

$$d) f'(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2-1}}$$

$$e) f'(x) = \frac{1}{(2x-2) \cdot (1 + \ln^2 \sqrt{x-1})}$$

$$f) f'(x) = \cos x \cdot \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \frac{\sin x}{x^2-1}$$

$$g) f'(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{1-x^2}}$$

$$h) f'(x) = 3 \cdot \ln 2 \cdot \sin^2 \ln(2^{x^2+5}) \cdot \cos \ln(2^{x^2+5})$$

$$27. a) y = x+1$$

$$b) y = x+2$$

$$c) y = x+5$$

$$d) y = 8x-19$$

$$e) y = 8$$

$$f) y = \frac{2}{\pi} x$$

$$g) y = \frac{1}{e-1} x - \frac{1}{e-1}$$

$$h) y = \frac{2}{99} x - \frac{2}{99}$$

$$28. \text{ Pendiente} = -5$$

$$29. \text{ Pendiente} = -4$$

$$30. a) \text{ La ecuación de la recta tangente en } x=1 \text{ es } y=-5x+4 \text{ y en } x=2 \text{ es } y=-13x+16.$$

$$b) y = -1$$

$$c) y = -256x - 765$$

$$d) \text{ La ecuación de la recta tangente en } x = \frac{\pi}{2} \text{ es } y=1 \text{ y en } x=\pi \text{ es } y=-x+\pi.$$

$$e) \text{ La ecuación de la recta tangente en } x=0 \text{ es } y=-x+3 \text{ y en } x=1 \text{ es } y=5x-1.$$

$$f) y = 10x+14$$

$$g) y-4 = 6 \cdot (x-1)$$

$$h) y + \frac{7}{8} = -4 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

PROBLEMAS

31. a) El punto $(2, 1)$ es su mínimo relativo. La función es estrictamente creciente en $(2, +\infty)$ y estrictamente decreciente en $(-\infty, 2)$.

b) El punto $(3, 0)$ es su mínimo relativo y el punto $(1, 4)$ es su máximo relativo. La función es estrictamente creciente en $(-\infty, 1)$ y $(3, \infty)$; y es estrictamente decreciente en $(1, 3)$.

c) Los puntos $(-2, -16)$ y $(2, -16)$ son sus mínimos relativos y el punto $(0, 0)$ es su máximo relativo. La función es estrictamente creciente en $(-2, 0)$ y $(2, +\infty)$; y es estrictamente decreciente en $(-\infty, -2)$ y $(0, 2)$.

d) Los puntos $(-2, -152)$ y $(3, -27)$ son sus mínimos relativos, y el punto $(1, 37)$ es su máximo relativo. La función es estrictamente creciente en $(-2, 1)$ y $(3, +\infty)$; y es estrictamente decreciente en $(-\infty, -2)$ y $(1, 3)$.

e) El punto $\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$ es su mínimo relativo. La función es estrictamente decreciente en $(-\infty, -1)$ y es estrictamente creciente en $(-1, +\infty)$.

f) El punto $(0, 3)$ es su máximo relativo y los puntos $(1, 2)$ y $(-1, 2)$ son sus mínimos relativos. La función es estrictamente creciente en $(-1, 0)$ y $(1, +\infty)$; y es estrictamente decreciente en $(-\infty, -1)$ y $(0, 1)$.

32. En el punto $\left(\frac{7}{2}, \frac{19}{2}\right)$.

33. En el punto $(2, 0)$.

34. En el punto $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{81}{4}\right)$. Recibe el nombre de vértice.

35. El punto $\left(\frac{27}{2}, 27\right)$.

36. En los puntos de coordenadas $\left(\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$ y $\left(-\sqrt{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$.

37. $a = 4$ y $b = 6$

38. $a = 2$, $b = -5$ y $c = 0$

39. $a = -3$, $b = 6$ y $c = 0$

40. $a = 2$, $b = -8$ y $c = 4$

41. $a = 1$, $b = -4$ y $c = 5$

42. $TVM[3, 5] = \frac{f(5) - f(3)}{5 - 3} = \frac{155 - 189}{2} = -17$

$$43. f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

$$g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) + c - f(x) - c}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

$$44. \text{ La derivada de } f(x) \text{ es } f'(x) = \begin{cases} 2x+b & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Para ver si $f(x)$ es derivable en el punto $x=1$, tendremos que estudiar las derivadas laterales en dicho punto:

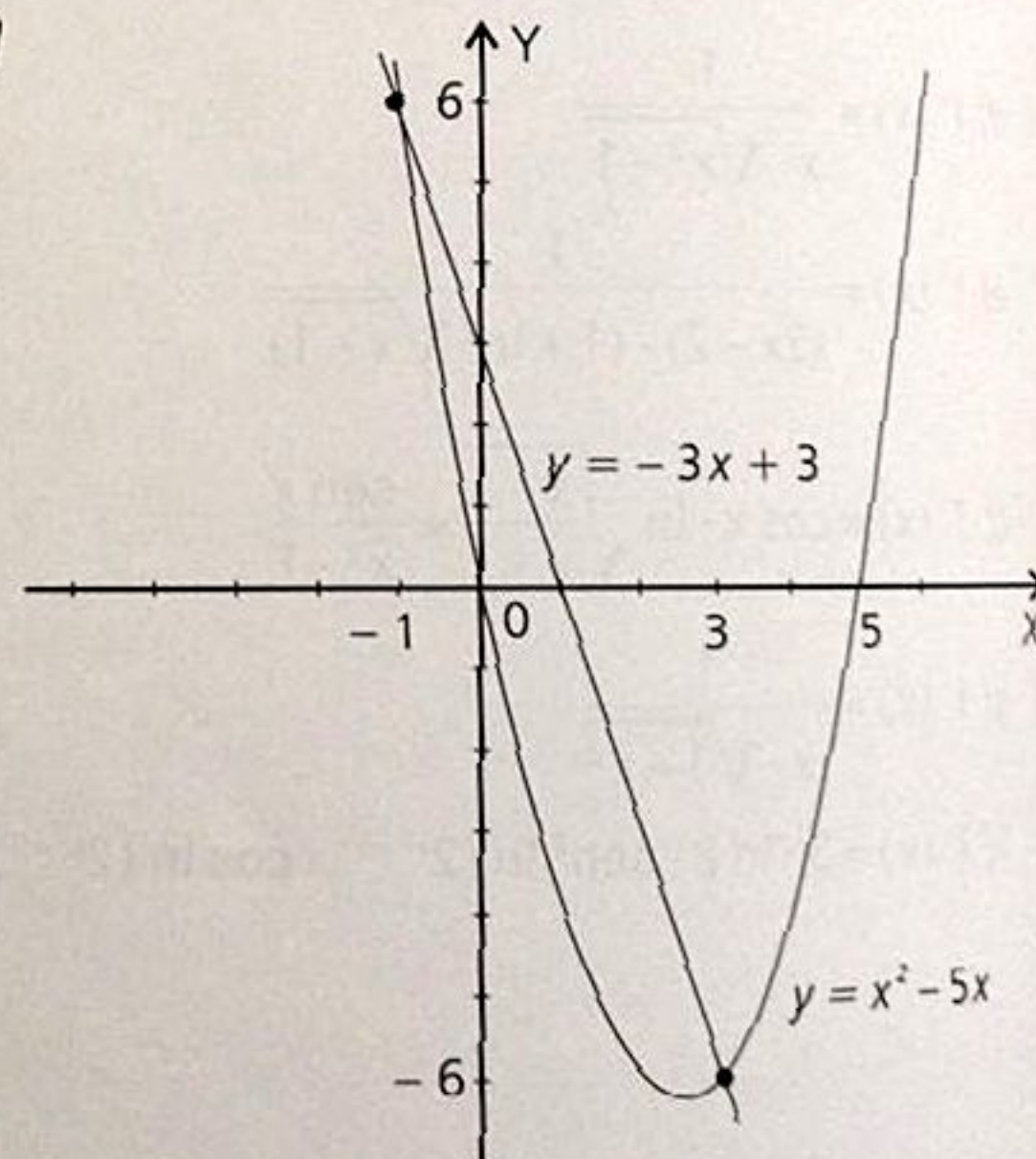
$$f'(1^-) = 2+b \text{ y } f'(1^+) = 2$$

$f(x)$ es derivable en el punto $x=1$, si las dos derivadas laterales son iguales:

$$f'(1^-) = f'(1^+) \Rightarrow 2+b=2 \Rightarrow b=0$$

45. a) $y = -3x + 3$

b)



c) La tasa de variación media en el intervalo $[-1, 3]$.

$$46. a) y - 48 = -23 \cdot (x + 3)$$

$$b) y - 14 = -11 \cdot (x + 1)$$

$$c) y - 8 = 7 \cdot (x - 2)$$

$$d) y = \frac{47}{12}$$

$$e) y - 4 = 1 \cdot (x - 1) \Rightarrow y - 4 = x - 1$$

$$47. f'(9) = 1$$

48. a) El punto $\left(\frac{2}{5}, \frac{31}{5}\right)$ es el mínimo relativo de la función. La función es estrictamente decreciente en $\left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$ y es estrictamente creciente en $\left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$.

b) El punto $(3, -35)$ es el mínimo relativo y el punto $\left(-7, \frac{395}{3}\right)$ es el máximo relativo. La función es estrictamente decreciente en $(-7, 3)$ y es estrictamente creciente en $(-\infty, -7)$ y en $(3, +\infty)$.

c) El punto $(2, -31)$ es el mínimo relativo y el punto $(-4, 77)$ es el máximo relativo. La función es estrictamente creciente en $(-\infty, -4)$ y en $(2, +\infty)$; y es estrictamente decreciente en $(-4, 2)$.

49. No es derivable en $x = -2$ ni en $x = 2$. En el intervalo $[-2, 2]$, su derivada es constante y vale 1.

50. a) La derivada vale cero en los puntos de abscisa $x = -4$; $x = -2$; $x = 0$ y $x = 2$.

b) La derivada vale cero en los puntos de abscisa $x = -4$; $x = -2$; $x = 0$ y $x = 2$.