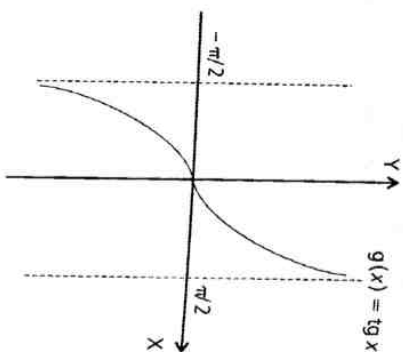
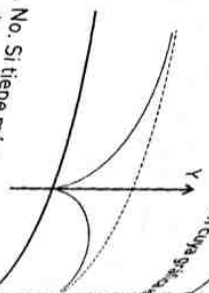


13. Si $f(x)$ es creciente en (a, b), puede estar o no acotada: por ejemplo $y = f(x)$ está acotada en (a, b), mientras que $g(x) = \tan x$ no lo está.



14. Si, Por ejemplo, la función cuya gráfica se muestra a continuación.



15. No. Si tiene máximo absoluto, está acotada.
16. Sí, ya que resolviendo la ecuación $2x - 1 = 5$ obtenemos que $f^{-1}(7) = 5$.

ACTIVIDADES

17. a) $y = x^2 - 3x + 2$ viene dada en forma explícita y su forma implícita es: $y - x^2 - 3x + 2 = 0$

- b) $\frac{y-x}{x-1} + 3 = 0$ viene dada en forma implícita y su forma explícita es: $y = -2x + 3, \forall x \neq 1$

- c) $y = \frac{x}{x-1}$ viene dada en forma explícita y su forma implícita es: $y - \frac{x}{x-1} = 0$

- d) $yx - y - x = 0$ viene dada en forma implícita y su forma explícita es: $y = \frac{x}{x-1}$

- e) $yx - 1 = 0$ viene dada en forma implícita y su forma explícita es: $y = \frac{1}{x}$

- f) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ viene dada en forma explícita y su forma implícita es: $y - \frac{x^2}{x^2-1} = 0$

18. Son representaciones de funciones las gráficas a) y b); el resto no lo son.

19. a) $y = x - 1$ y $3x - 3y = 3$ son iguales.

- b) $y = \frac{x^2-x}{x}$ e $y = x - 1$ son iguales en $\mathbb{R} - \{0\}$.

- c) $y = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ e $y = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ son distintas.

20. a) $y = x^2 + 3$

- b) $yx + y - x = 0$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

- c) $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

- d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

- e) $f(x) = \frac{5}{x^2-9}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

- f) $f(x) = \log(x^2+1)$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

- g) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - (-1, 1)$

- h) $f(x) = |x|$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

- i) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+4}}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = [-2, 4)$

- j) $f(x) = E(x)$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

21. a) $\text{Dom } y = [0, +\infty)$

- b) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-1\}$

- c) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

- d) $\text{Dom } f = \left[-\frac{1}{2}, 0 \right) \cup (0, +\infty)$

- e) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x^2-4}}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

- f) $f(x) = 3^{x+2}$
 $\Rightarrow \text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

- g) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

22. a) Impar.

b) Par.

c) Par.

d) Par.

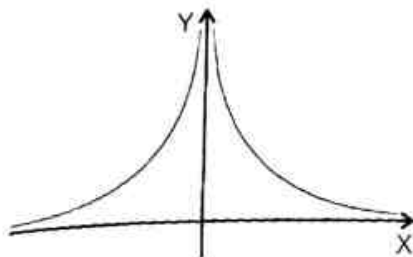
23. a) $f(x)$ no presenta simetría par ni impar.

b) $f(x)$ es par.

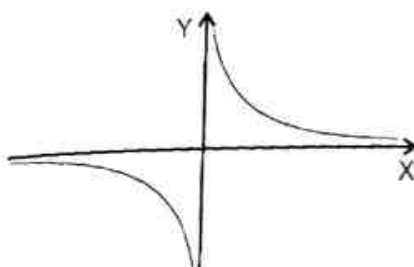
c) $f(x)$ es impar.

d) $f(x)$ no presenta simetría par ni impar.

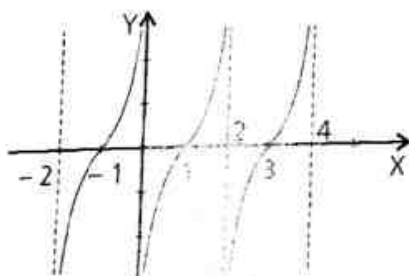
24.



Función par



Función impar



Función periódica

25. — Dom $f = \mathbb{R} - \{-3, 0, 3\}$

— Im $f = \mathbb{R} - \{0\}$

— Es estrictamente creciente en $(-\infty, -3)$ y $(3, +\infty)$.

— Es estrictamente decreciente en $(-3, 0)$ y $(0, 3)$.

— No está acotada ni superior ni inferiormente.

26. a) — Dom $(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

— Im $(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

— Es creciente en $\mathbb{R} - \{0\}$.

— Es impar.

— No tiene extremos relativos.

— No está acotada superior ni inferiormente.

b) — Dom $(f) = (-1, 1)$

— Im $(f) = \mathbb{R}$

— Es creciente en $(-1, 1)$.

— Es impar.

— No tiene extremos relativos.

— No está acotada superior ni inferiormente.

c) — Dom $(f) = \mathbb{R}$

— Im $(f) = [0, \infty)$

— Es creciente en $(-6, -5) \cup (-4, -3) \cup (-2, 0) \cup (6, \infty)$.

— Es decreciente en $(-\infty, -6) \cup (-5, -4) \cup (-3, -2) \cup (0, 2) \cup (2, 4) \cup (4, 6)$.

— No es par ni impar.

— Máximos relativos en los puntos de abscisa $x = -5, x = -3$ y $x = 0$.

— Mínimos relativos en los puntos de abscisa $x = -6, x = -4, x = -2, x = 2, x = 4$ y $x = 6$.

— Está acotada inferiormente.

— Ínfimo: $L = 0$; mínimo absoluto: $L = 0$.

d) — Dom $(f) = \mathbb{R}$

— Im $(f) = (-5, 5]$

— Es creciente en $(-4, -2) \cup (0, 2)$ y decreciente en $(-\infty, -4) \cup (-2, 0) \cup (2, +\infty)$.

— No es par ni impar.

— Tiene dos máximos relativos en los puntos de abscisa $x = -2$ y $x = 2$.

— Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = -4$.

— Está acotada superior e inferiormente.

— Supremo: $K = 5$; ínfimo: $L = -5$; máximo absoluto: $K = 5$; no tiene mínimo absoluto.

e) — Dom $(f) = \mathbb{R}$

— Im $(f) = [-2, 2]$

— Es creciente en $(-2, 2)$ y decreciente en $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$.

— Es impar.

— Tiene un máximo relativo en el punto de abscisa $x = 2$.

— Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = -2$.

— Está acotada superior e inferiormente.

— Supremo: $K = 2$; ínfimo: $L = -2$; máximo absoluto: $K = 2$; mínimo absoluto: $L = -2$.

$$f) - \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$- \text{Im}(f) = \mathbb{R}$$

- Es impar.

- Es creciente en $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$.

- Tiene un máximo relativo en el punto de abscisa $x = -1$.

- Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = 1$.

- No está acotada superior ni inferiormente.

$$g) - \text{Dom}(f) = (-\infty, 2)$$

$$- \text{Im}(f) = (-2, +\infty)$$

- Es creciente en $(-6, -3) \cup (-1, 2)$ y decreciente en $(-\infty, -6) \cup (-3, -1)$.

- No es par ni impar.

- Tiene un máximo relativo en el punto de abscisa $x = -3$.

- Tiene dos mínimos relativos en los puntos de abscisa $x = -6$ y $x = -1$.

- Está acotada inferiormente.

- Ínfimo: $L = -2$; mínimo absoluto: $L = -2$.

$$h) - \text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-3, 0, 3\}$$

$$- \text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

- Es creciente $(-3, -3/2) \cup (3/2, 3)$ y decreciente en $(-\infty, -3) \cup (-3/2, 0) \cup (0, 3/2) \cup (3, \infty)$.

- Es impar.

- Tiene un máximo relativo en el punto de abscisa $x = -3/2$.

- Tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = 3/2$.

- No está acotada superior ni inferiormente.

$$27. a) [(f+g)+h](x) = x^3 + x^2 + \frac{1}{x-1}$$

$$b) [(f-(g-h))](x) = x^3 - x^2 + 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$c) (f-g-h)(x) = x^3 - x^2 + 2 - \frac{1}{x-1}$$

$$d) (f \cdot g)(2) = 27$$

$$e) \text{Dom}(g+h) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$f) (f+g-h)(x) = x^3 - x^2 - \frac{1}{x-1}$$

$$g) \text{Dom}(g \cdot h) = \mathbb{R}$$

$$28. a) (f+g)(x) = 3x^2 - 5x$$

$$\text{Dom}(f+g) = \mathbb{R}$$

$$(g-f)(-5) = 52$$

$$29. a) (f \cdot g)(-1) = 0$$

$$b) \text{Dom}(f \cdot g) = \mathbb{R} - \{1\}$$

c) Esa igualdad es cierta para los valores...

$$30. a) (f \cdot g)(2) = 0$$

$$b) \text{Dom}(f/g) = (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$$

$$c) (f/g)(3) = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$31. a = -1 \text{ y } b = -2.$$

$$32. a) \text{ Para } x = -1 \text{ y } x = -2.$$

$$b) a = -2 \text{ y } b = -2.$$

$$33. a) (g \circ f)(x) = 4x^2 - 4x + 2 \Rightarrow (g \circ f)(1) = 2$$

$$b) \text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$$

$$34. a) \left(\frac{1}{f}\right)(x) = \frac{1}{x-2} \text{ si } x \neq 2.$$

$$b) \left(\frac{1}{f}\right)(x) = \frac{1}{\sqrt{x-11}} \text{ si } x > 11.$$

$$c) \left(\frac{1}{f}\right)(x) = \frac{x+3}{x^2-1} \text{ si } x \neq 1 \text{ y } x \neq -1$$

$$d) \left(\frac{1}{f}\right)(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{\sqrt{x-11}} \text{ si } x > 11 \text{ y } x \neq 3$$

$$35. a) (3f-2g)(x) = 3x-6+2 \cdot \sqrt{x-11} \text{ si } x \geq 11$$

$$b) (4g-2h)(1) \text{ no existe.}$$

$$c) \left(3f + \frac{2}{f}\right)(x) = \frac{3x^3 - 6x^2 - x + 12}{x^2 + x - 6} \text{ si } x \neq -2$$

$$36. (g \circ f)(x) = \frac{1}{x^3} = (f \circ g)(x)$$

$$37. a) (f \cdot g)(2) = 0$$

$$b) \text{Dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \mathbb{R} - \{2, -2\}$$

$$c) \left(\frac{f}{g}\right)(3) = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$38. a) (f \circ g)(1) = 0$$

$$b) \text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$39. a) f(-2) + g(4) = -\frac{8}{3}$$

$$b) (f+g)(3) = \frac{5}{2}$$

$$c) (3f \cdot g)(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \neq 1 \\ 27x - 36 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

$$d) \text{Im}(f \cdot g) = \{-3, 1\}$$

$$40. a) (f \cdot g)(-1) = 8$$

$$b) (f \cdot g)(3) = 50$$

$$c) \text{Dom}(f \cdot g) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$d) (f \cdot g)(1) = 0$$

$$41. a) f(2) + g(3) = 15$$

$$b) (f+g)(4) = 14$$

$$c) (f-g)(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 12 & \text{si } x < -3 \\ 6x - 9 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ -3x^2 + 4x + 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$d) (f \cdot g)(x) =$$

$$= \begin{cases} -4x^3 + 10x^2 + 8x - 20 & \text{si } x < -3 \\ -8x^2 + 16x + 10 & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ -2x^4 + 5x^3 + 6x^2 - 14x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$e) \left(\frac{1}{g}\right)(5) = \frac{1}{36}$$

$$f) \left(\frac{1}{g}\right)(x) = \begin{cases} \frac{1}{10-4x} & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{2x^2-1} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$42. a) (f \circ g)(x) = 2x^2 + 1$$

$$b) (g \circ f)(x) = 4x^2 - 1$$

$$c) \text{Dom}(f \circ g) = \mathbb{R}$$

$$43. a) (f \circ g)(1) = 0$$

$$b) \text{Dom}(g \circ f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$44. a) (g \circ f)(2) = 3$$

$$b) g \circ (f \circ h)(2) = \frac{8}{7}$$

$$45. a) f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$b) f^{-1}(x) = 2x - 1$$

$$c) f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x}$$

$$d) f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$$

$$e) f^{-1}(x) = \frac{1+5x}{x-2}$$

$$f) f^{-1}(x) = x^2 (x \in \mathbb{R} - \{0\})$$

$$g) \text{ No tiene función inversa.}$$

$$h) f^{-1}(x) = \frac{x-5}{\alpha} (\alpha \in \mathbb{R} - \{0\})$$

$$46. a) x = \frac{8}{3}$$

$$b) x = 3$$

$$c) x = 8y = 1$$

$$47. a) f^{-1}(x) = \frac{x-5}{a} \text{ si } a \neq 0$$

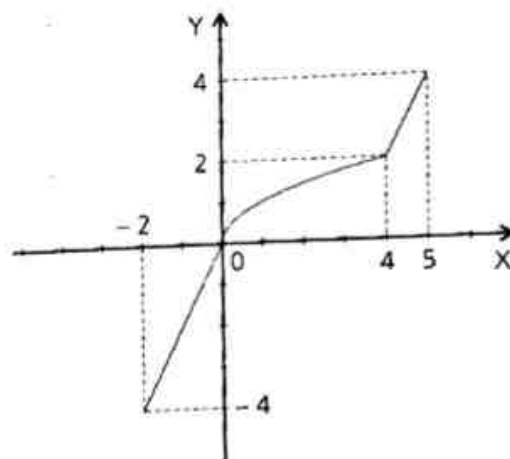
$$b) y^{-1} = \frac{1-3x}{2x-a}$$

48. No existe $f^{-1}(x)$ pues al calcular la inversa en el primer trozo de $f(x)$ se obtiene que $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ si $x \leq 0$

$$49. a) f^{-1}(x) = -x \text{ y } \text{Dom}(f^{-1}) = \mathbb{R}^+ - \{0\}$$

$$50. a) f^{-1}(-2) = -4 \text{ y } f^{-1}(2) = -2$$

$$b) f^{-1}(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 < x < 4 \\ 2x - 6 & \text{si } 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$



$$51. (f \circ g)(x) = (g \circ f)(x) \Leftrightarrow b = \frac{3}{a-1}$$

PROBLEMAS

52. Si l es el lado y h la altura, se tiene que: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} l$

53. Si h es su altura, se tiene que: $V = 30h \text{ m}^3$

54. Si x es la base y h la altura, se tiene que:

$$h = \sqrt{256 - x^2} \text{ metros}$$

55. Si llamamos $f(x)$ a la función correspondiente a la primera tarifa y $g(x)$ a la función correspondiente a la segunda tarifa, se tiene que:

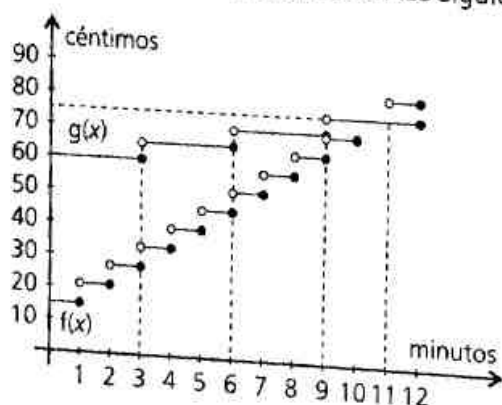
$$f(x) = \begin{cases} 15 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 15 + 6 \cdot E(x-1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 60 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ 60 + 5 \cdot E\left(\frac{x-1}{3}\right) & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

siendo E la función parte entera; x los minutos de duración de la llamada y $f(x)$ y $g(x)$ el coste en céntimos.

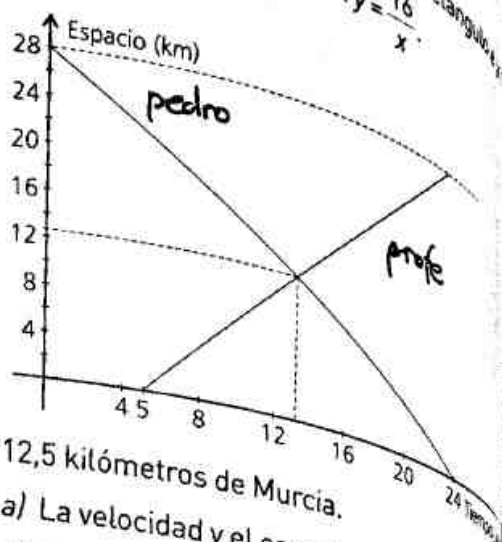
Se observa que $f(11) = g(11) = 75$.

Las gráficas de las dos funciones son las siguientes:



56. Si llamamos x al lado menor del rectángulo y y al lado mayor, tenemos que: $y = \frac{16}{x}$

57. a)



b) A 12,5 kilómetros de Murcia.

58. a) La velocidad y el espacio.

b) $\text{Dom}(f) = [0, 50]$

$\text{Im}(f) = [0, 50]$

c) — La función es estrictamente creciente en $(0, 5) \cup (20, 30) \cup (40, 50)$
 — La función es estrictamente decreciente en $(5, 20)$.
 — La función es constante en $[30, 40]$.

d) El ciclista aumenta su velocidad entre los 0 y 5, hasta llegar a los 30 km/h; después disminuye la velocidad hasta que en el kilómetro 20 lleva una velocidad de 10 km/h; aumenta después su velocidad hasta los 30 km/h que permanece en el kilómetro 30; permanece a esta velocidad en los 10 kilómetros siguientes, para volver a aumentar hasta los 50 km/h desde el kilómetro 40 al 50.

e) En el kilómetro 50.

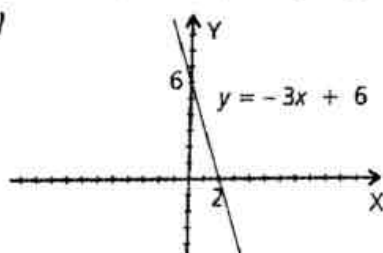
ACTIVIDADES

14. a) Es una función lineal.

b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$

c) Corta al eje Y en $P_1(0, 6)$ y al eje X en $P_2(2, 0)$.

d)



e) Es estrictamente decreciente.

15. a) Es una función cuadrática.

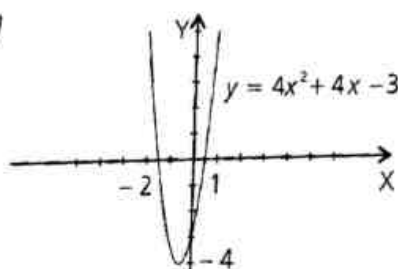
b) Corta al eje Y en $P_1(0, -3)$ y al eje X en $P_2(\frac{1}{2}, 0)$

y $P_3(-\frac{3}{2}, 0)$.

c) Es estrictamente decreciente en $(-\infty, -\frac{1}{2})$.

Es estrictamente creciente en $(-\frac{1}{2}, \infty)$.

d)



16. $y = ax^2$, con $a > 0$:

— $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

— $\text{Im}(f) = [0, \infty)$

— Puntos de corte con el eje X: $(0, 0)$.

— Es creciente en $(0, \infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0)$.

— Tiene un mínimo relativo en $x = 0$.

— Está acotada inferiormente.

— Mínimo absoluto: $L = 0$.

— Tiene simetría par.

— No es periódica.

$y = ax^2$, con $a < 0$:

— $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

— $\text{Im}(f) = (-\infty, 0]$

— Puntos de corte con el eje X: $(0, 0)$.

— Es creciente en $(-\infty, 0)$ y decreciente en $(0, \infty)$.

— Tiene un máximo relativo en $x = 0$.

— Está acotada superiormente.

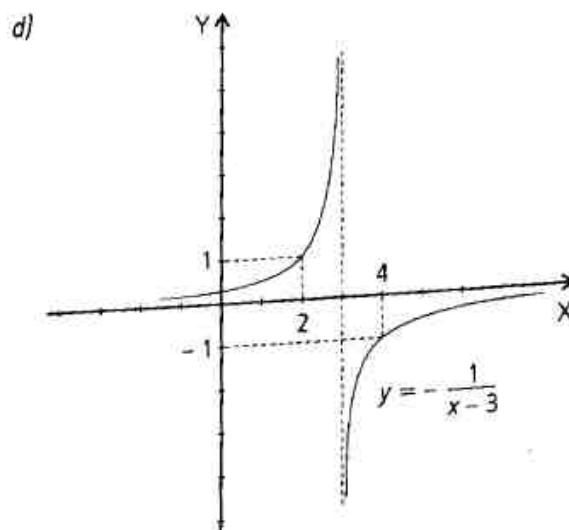
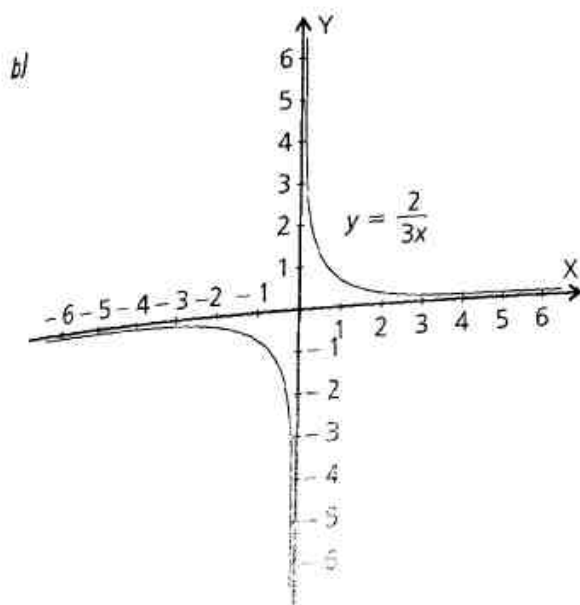
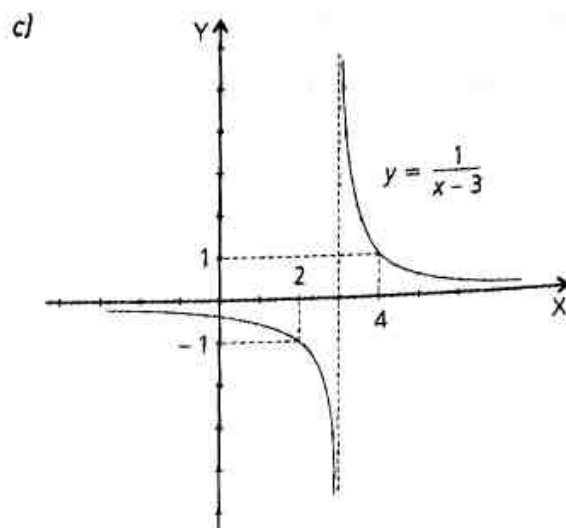
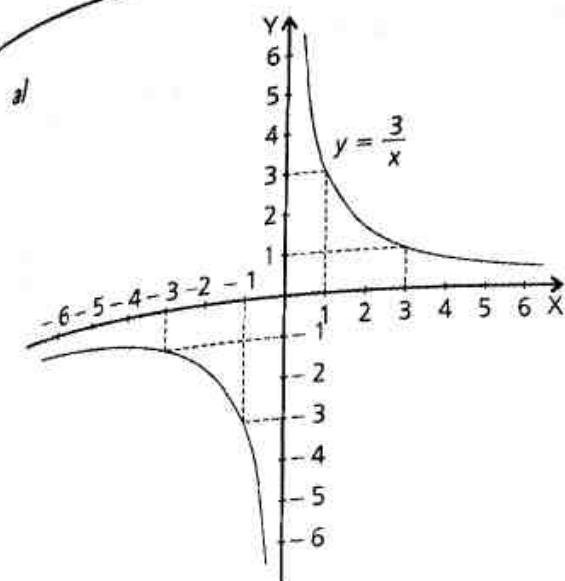
— Máximo absoluto: $K = 0$.

— Tiene simetría par.

— No es periódica.

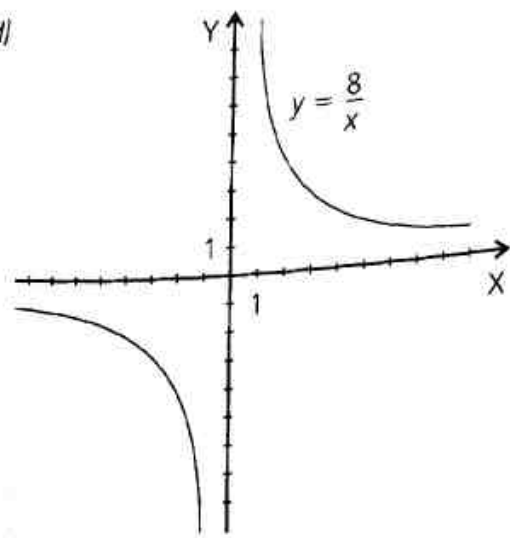
17. Se verifica para los $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

18.	Dominio	Imagen	Corte con los ejes	Monotonía	Acotación	Simetría	Periódica
a)	$\mathbb{R} - \{0\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	No los corta.	Estrictamente decreciente en $\mathbb{R} - \{0\}$	No está acotada.	Impar.	No es periódica.
b)	$\mathbb{R} - \{0\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	No los corta.	Estrictamente decreciente en $\mathbb{R} - \{0\}$	No está acotada.	Impar.	No es periódica.
c)	$\mathbb{R} - \{3\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	Corta al eje en $(0, -\frac{1}{3})$	Estrictamente decreciente en $\mathbb{R} - \{3\}$	No está acotada.	Ni par ni impar.	No es periódica.
d)	$\mathbb{R} - \{3\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$	Corta al eje Y en $(0, \frac{1}{3})$	Estrictamente creciente en $\mathbb{R} - \{3\}$	No está acotada.	Ni par ni impar.	No es periódica.



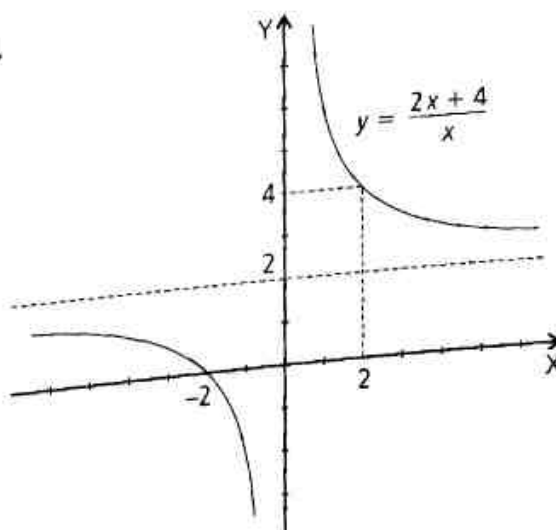
19. $y = \frac{8}{x}$

- a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$.
 b) Es estrictamente decreciente en el dominio.
 c) Es impar.
 d)

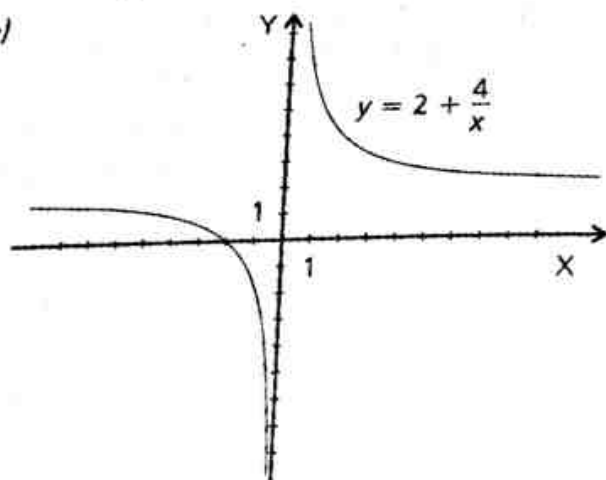


20. La función es: $f(x) = 3 + \frac{6}{x-2}$

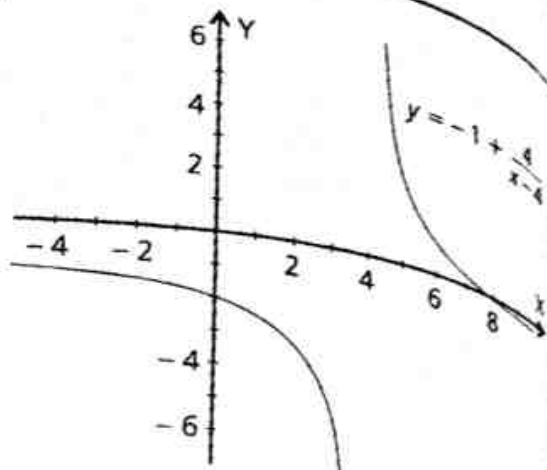
21.



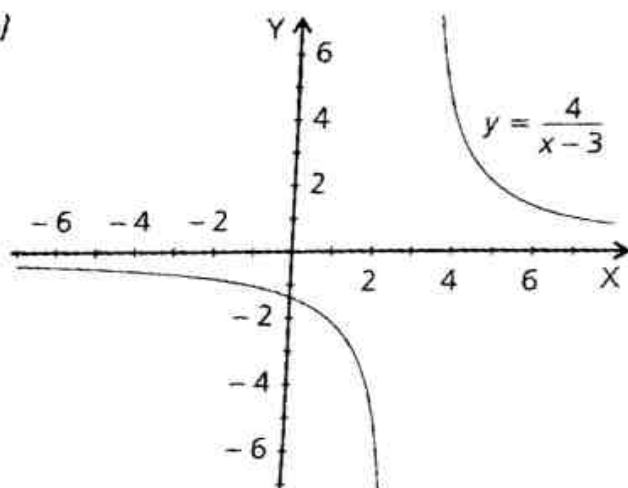
22. a)



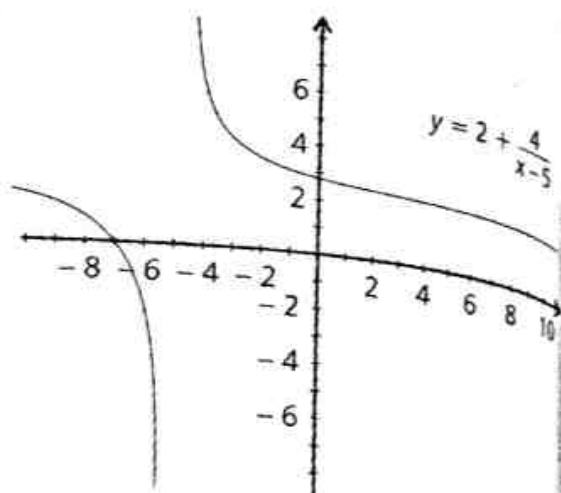
c)



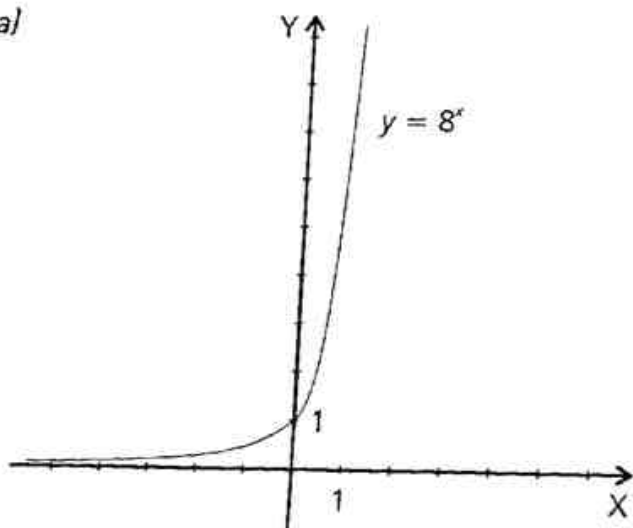
b)



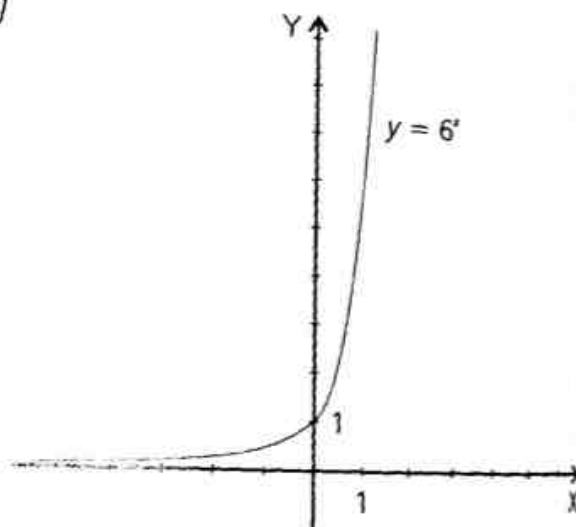
d)



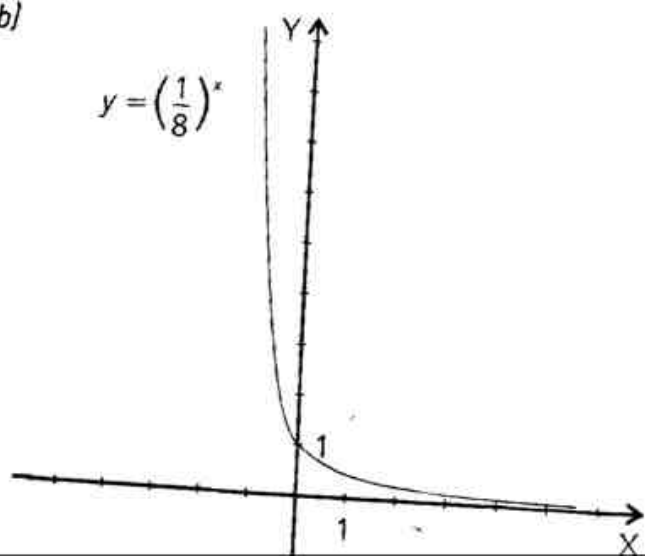
23. a)



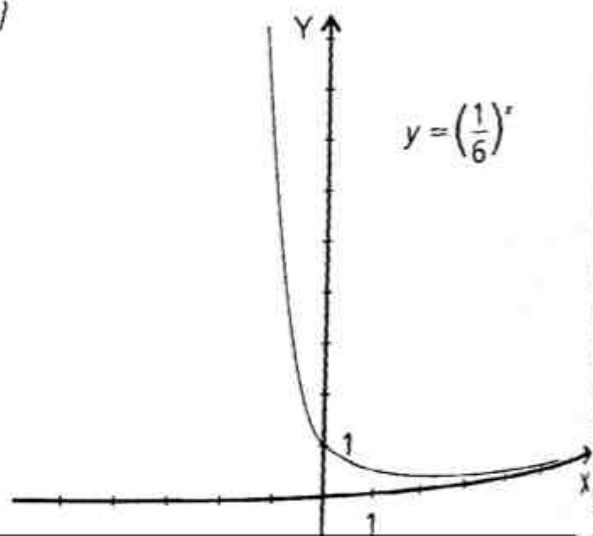
c)



b)



d)



24. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}, \text{Im}(f) = \mathbb{R}$

b) No representa ninguna simetría.

c) Corta al eje Y en $P_1(0, 10)$ y al eje X en los puntos $P_2(1, 0), P_3(5, 0)$ y $P_4(-2, 0)$.

25. a) Corta al eje Y en $P_1(0, -3)$ y al eje X en los puntos $P_2(1, 0)$ y $P_3(-3, 0)$.

b) Corta al eje Y en $P_1(0, 18)$ y al eje X en los puntos $P_2(1, 0), P_3(3, 0)$ y $P_4(-3, 0)$.

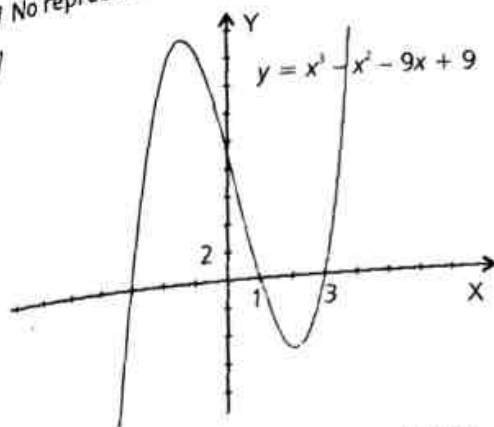
c) Corta al eje Y en $P_1(0, 9)$ y al eje X en $P_2(-1, 0)$.

26. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}, \text{Im}(f) = \mathbb{R}$

b) Corta al eje Y en $P_1(0, 9)$ y al eje X en los puntos $P_2(1, 0), P_3(3, 0)$ y $P_4(-3, 0)$.

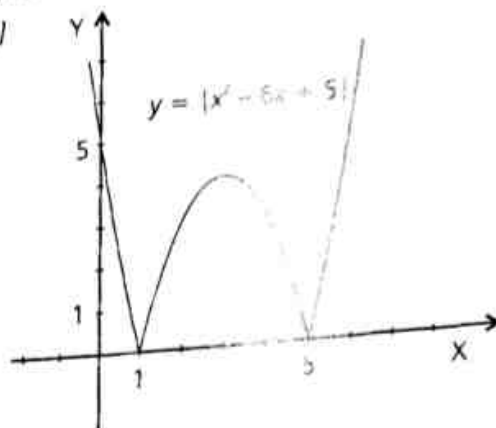
c) No representa ninguna simetría.

d)



e) Sí, tiene un máximo y un mínimo relativo.

27. a)



b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}, \text{Im}(f) = [0, \infty)$

c) Es estrictamente decreciente en $(-\infty, 1) \cup (3, 5)$.

Es estrictamente creciente en: $(1, 3) \cup (5, \infty)$

d) No representa ninguna simetría.

e) Tiene un máximo relativo en $P(3, 4)$ y dos mínimos relativos en $Q_1(1, 0)$ y $Q_2(5, 0)$.

f) Está acotada inferiormente y su mínimo es el cero.

28. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}, \text{Im}(f) = \mathbb{R}$

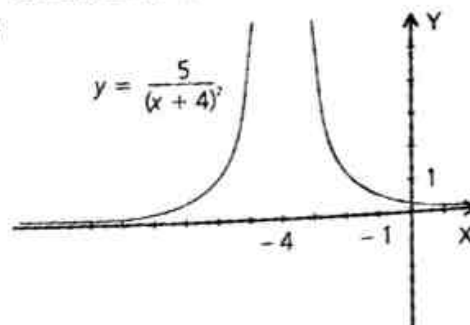
b) Corta al eje Y en $P(0, \frac{5}{16})$. No corta al eje X.

c) Está acotada inferiormente, siendo su ínfimo el cero, pero no tiene mínimo.

d) Es estrictamente creciente en $(-\infty, 0)$.

Es estrictamente decreciente en $(0, \infty)$.

e)



29. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}, \text{Im}(f) = (-\infty, 0)$

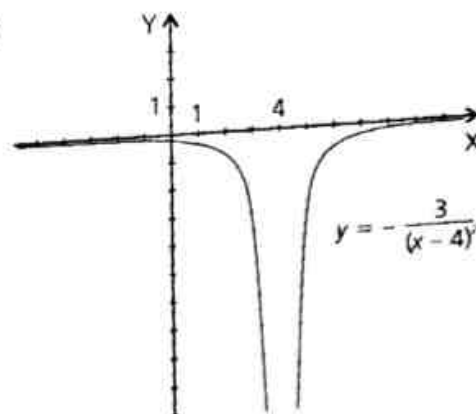
b) Es estrictamente decreciente en $(-\infty, 4)$.

Es estrictamente creciente en $(4, \infty)$.

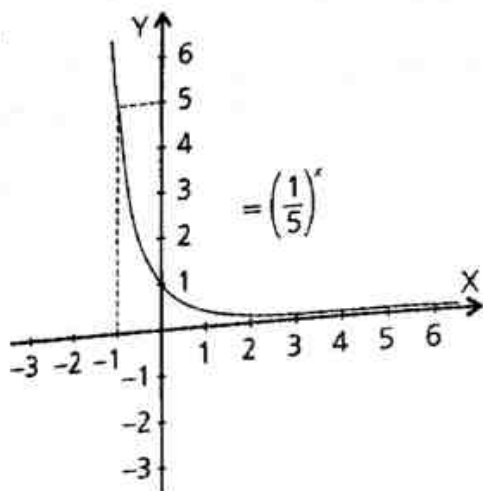
c) No representa ninguna simetría.

d) Corta al eje Y en $P(0, -\frac{3}{16})$. No corta al eje X.

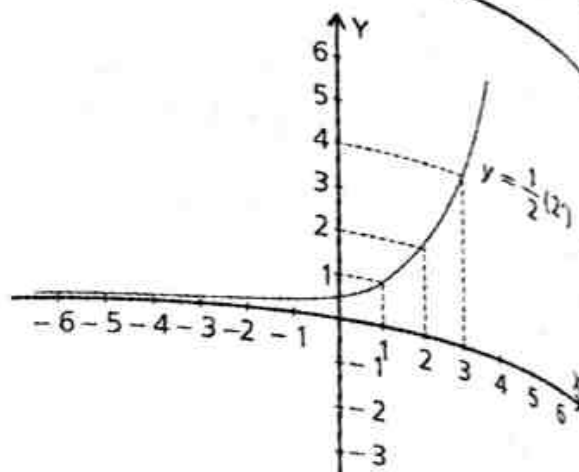
e)



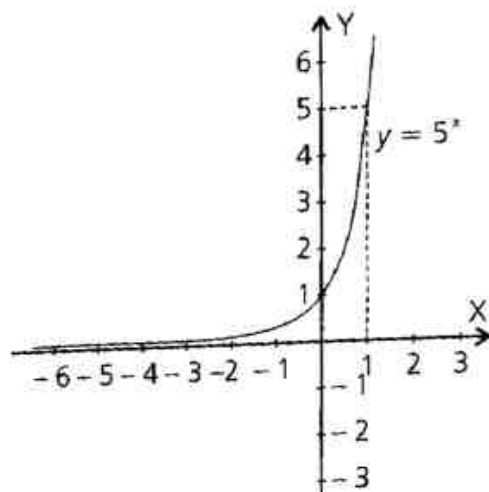
30. a)



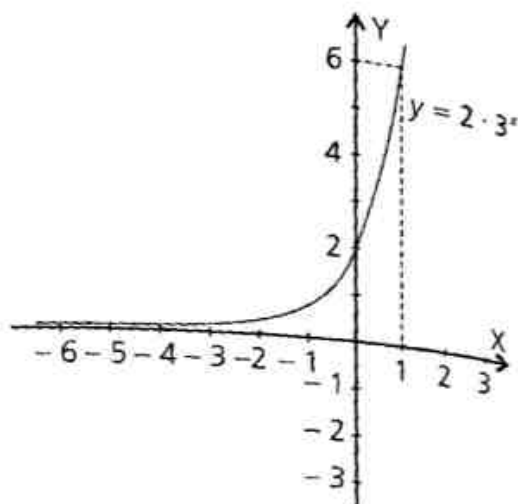
c)



b)

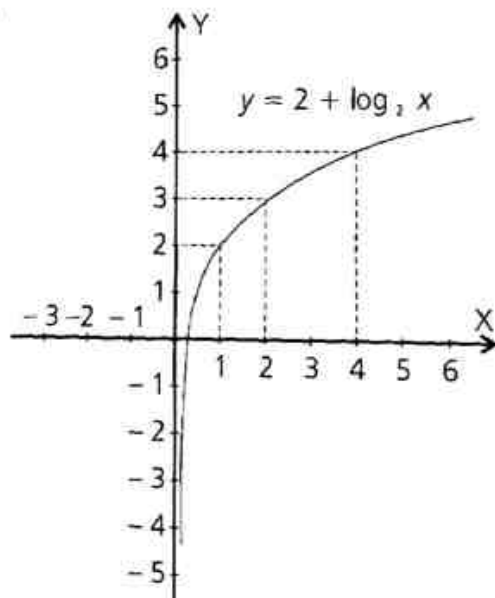


d)

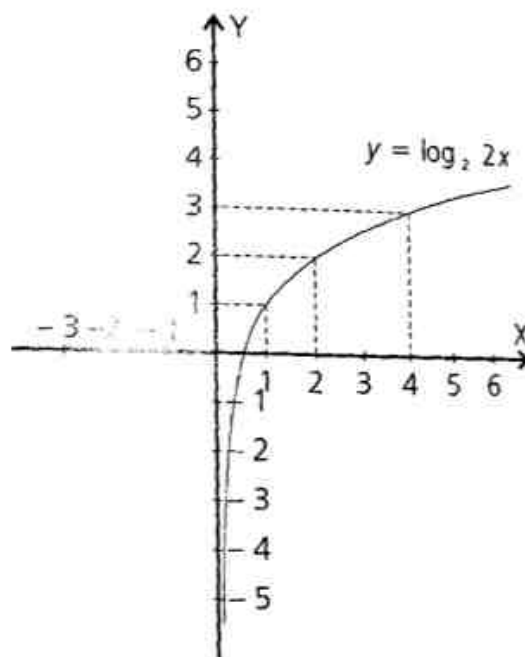


31. La función $f(x) = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x$ es par.

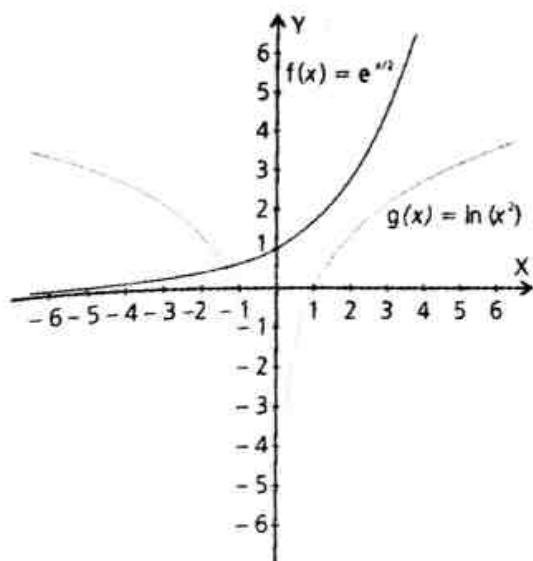
32. a)



b)

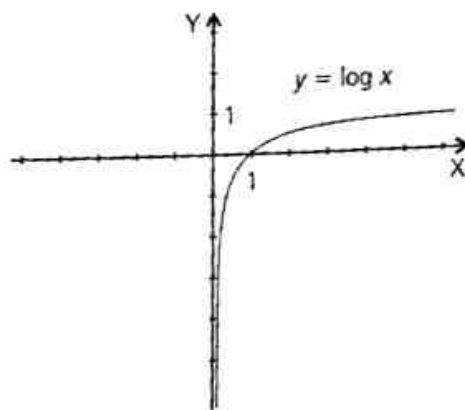
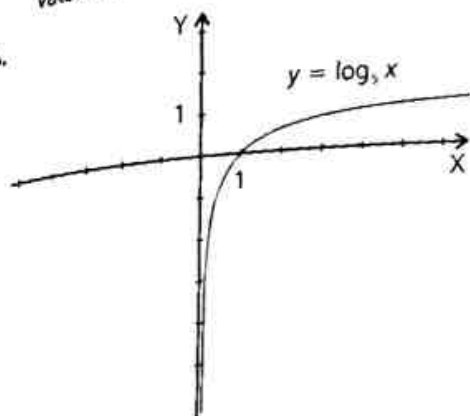


33. a)



Como observamos en las gráficas, sí existen dichos valores. Por ejemplo, se verifica para los valores del intervalo $(-\infty, -2]$.

34.

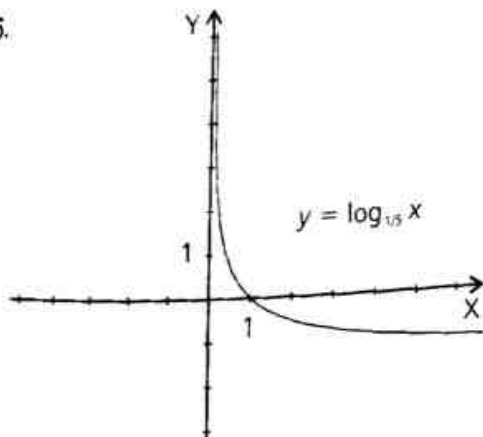


La diferencia entre ellas es que $y = \log x$ tiene un crecimiento más rápido que $y = \log_5 x$.

Las similitudes son:

- $\text{Dom}(f) = (0, \infty)$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$
- Son estrictamente crecientes en el dominio.
- No están acotadas, ni presentan ninguna simetría.
- Cortan al eje X en el punto $P(1, 0)$.

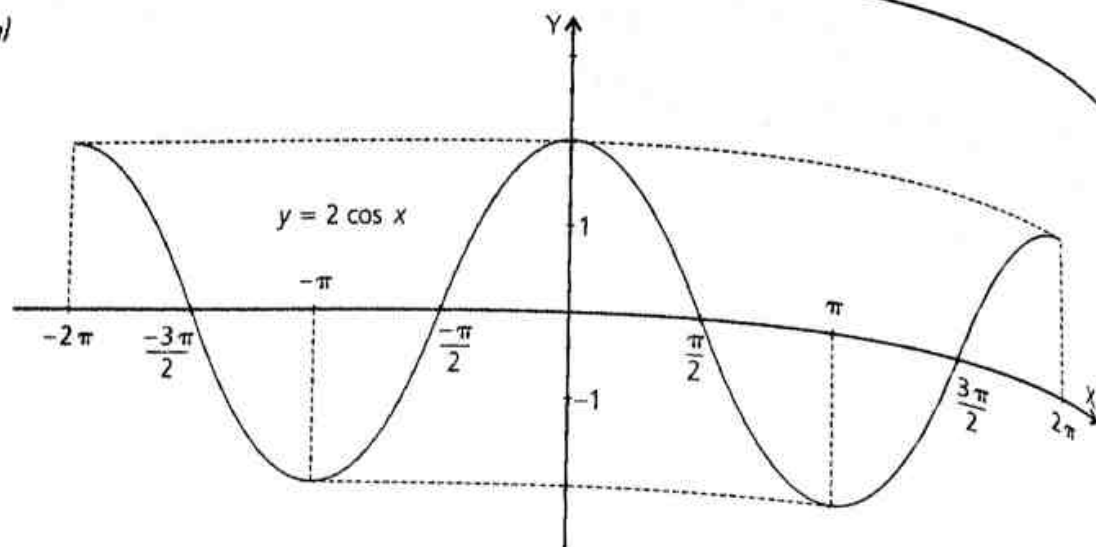
35.



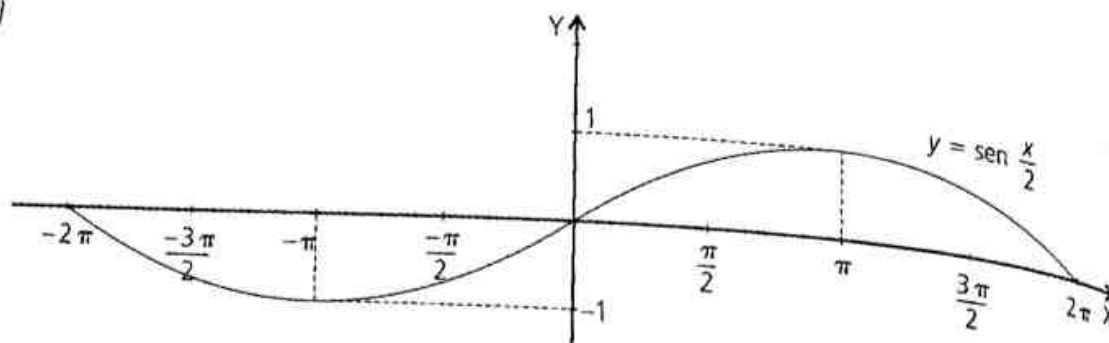
Sus características son:

- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$
- Es estrictamente decreciente en todo el dominio.
- Corta al eje X en el punto $P(1, 0)$.
- No está acotada.
- No es par ni impar.

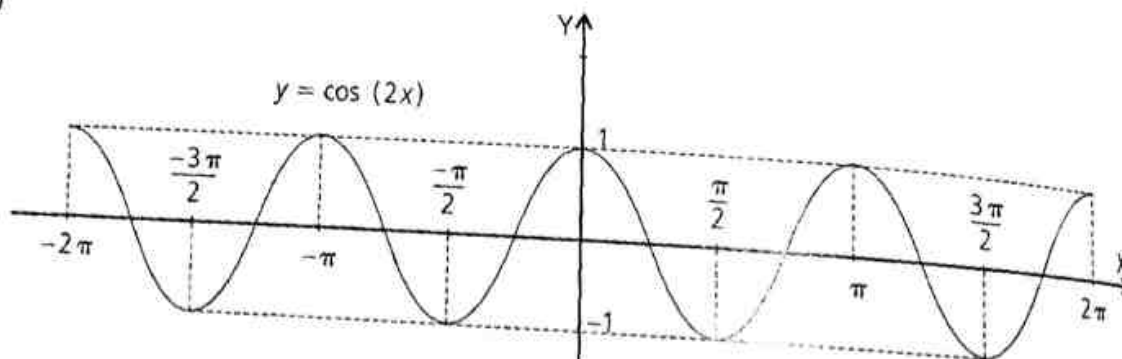
36. a)



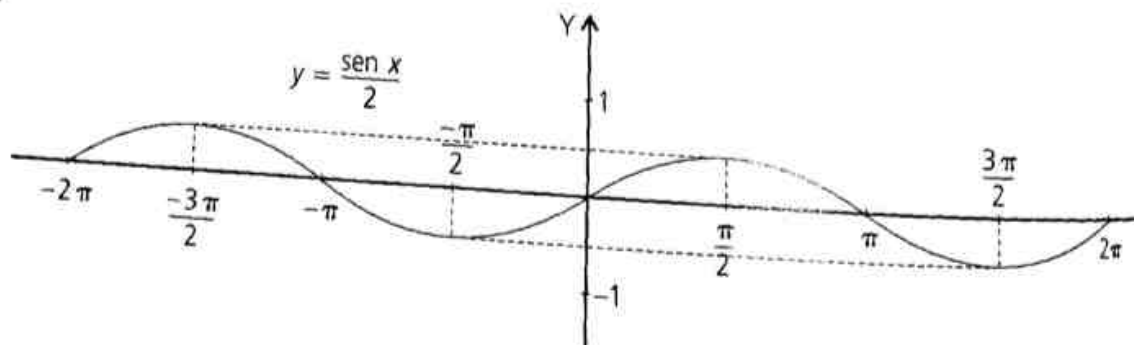
b)



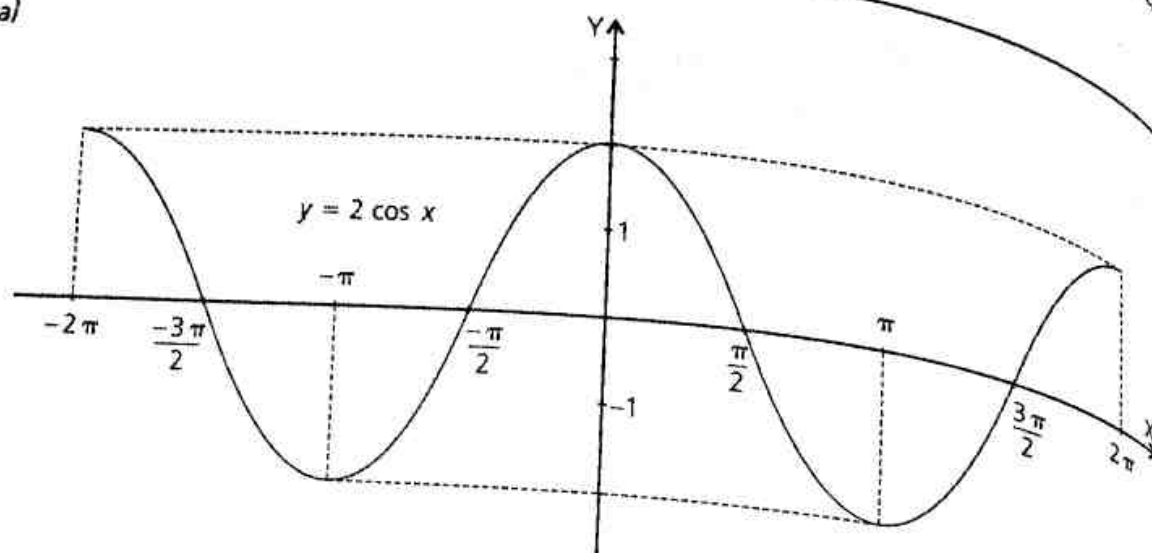
c)



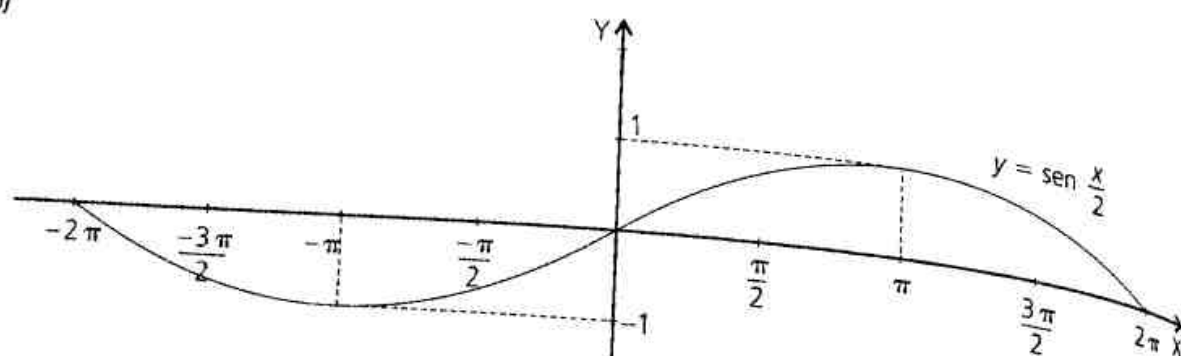
d)



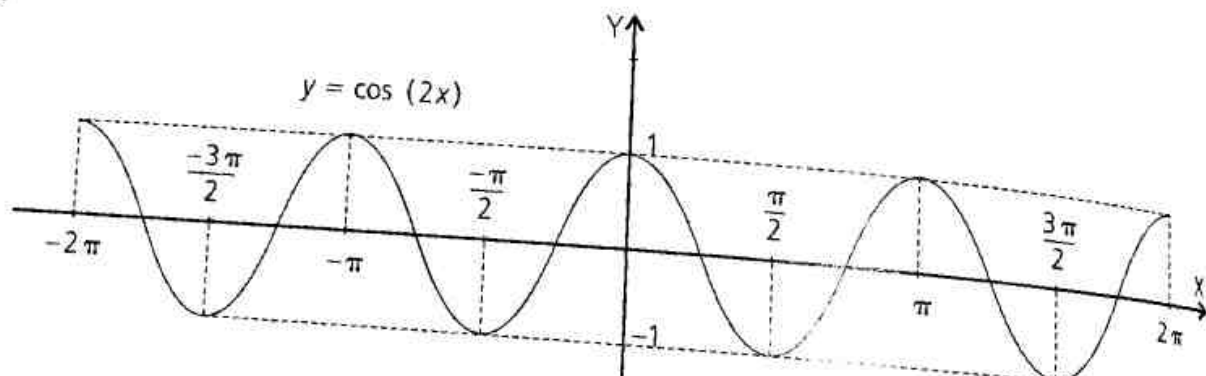
36. a)



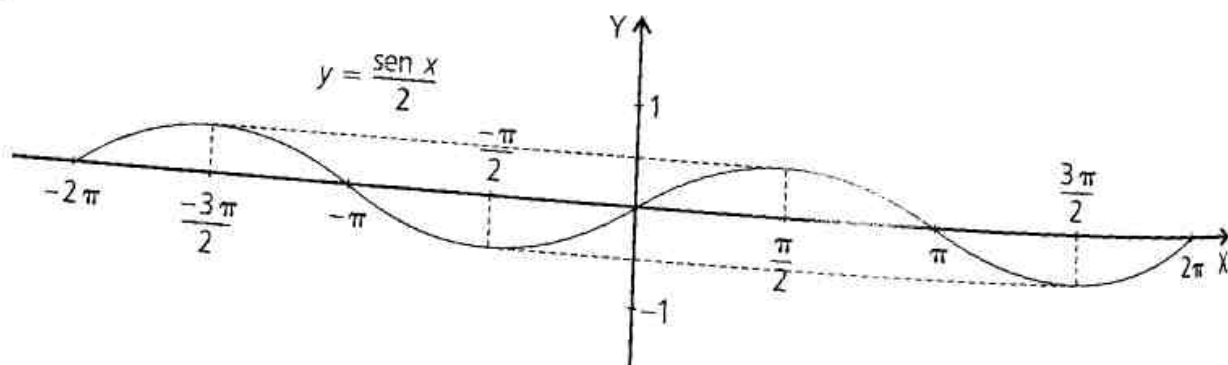
b)



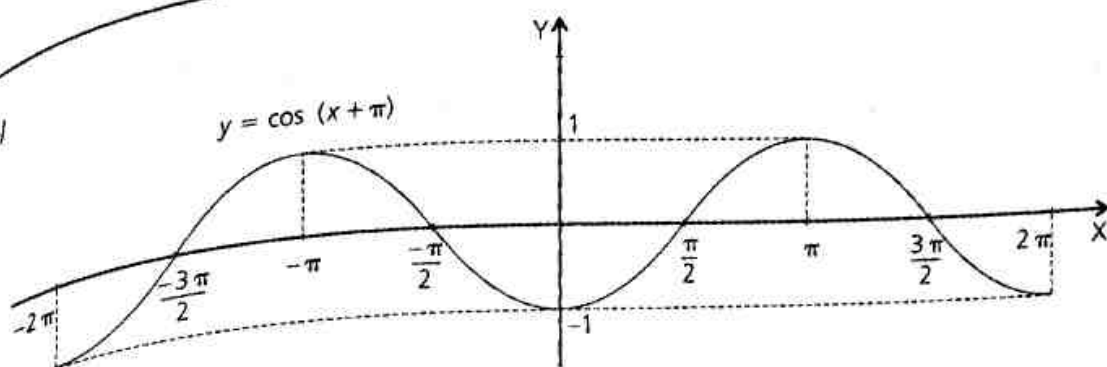
c)



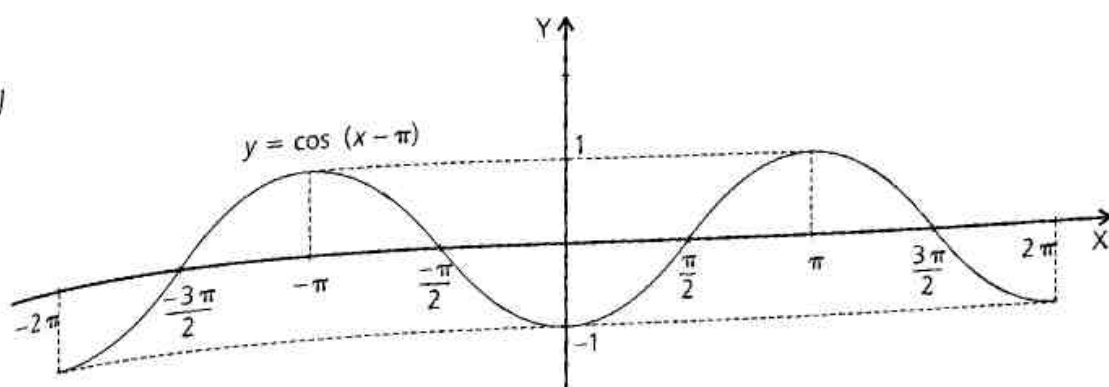
d)



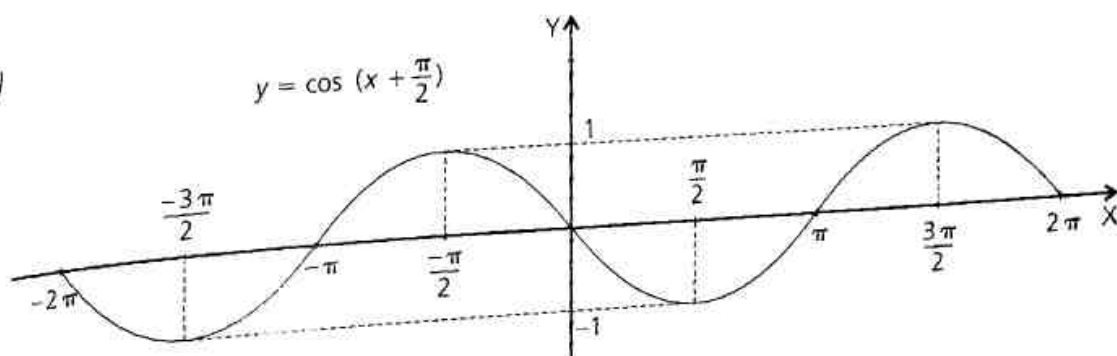
37. a)



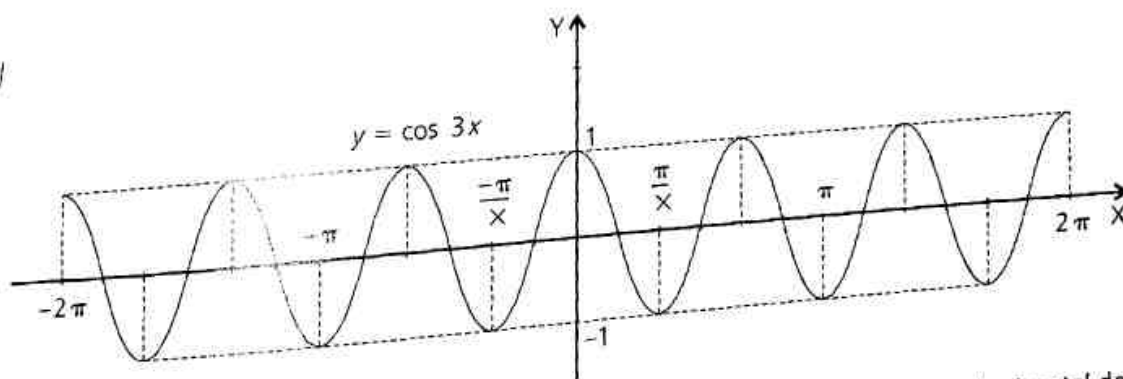
b)



c)



d)



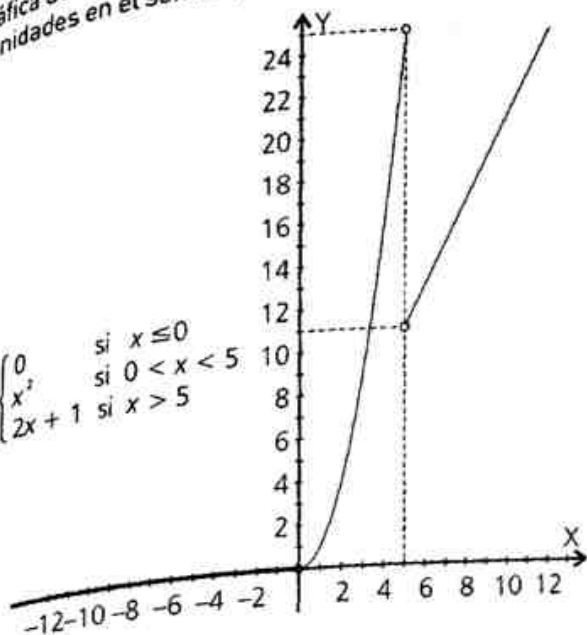
Las tres primeras tienen una gráfica similar a la de $\cos x$, pero con un desplazamiento horizontal de π , $-\pi$ y $\frac{\pi}{2}$ radianes, respectivamente.

La cuarta función es diferente, y se comporta de manera similar a $\cos x$, pero con un periodo $T = \frac{2\pi}{3}$.

41. La gráfica de la función $y = 3 + \sin x$ se obtiene trasladando verticalmente la gráfica de $y = \sin x$ tres unidades en el sentido positivo del eje de ordenadas.

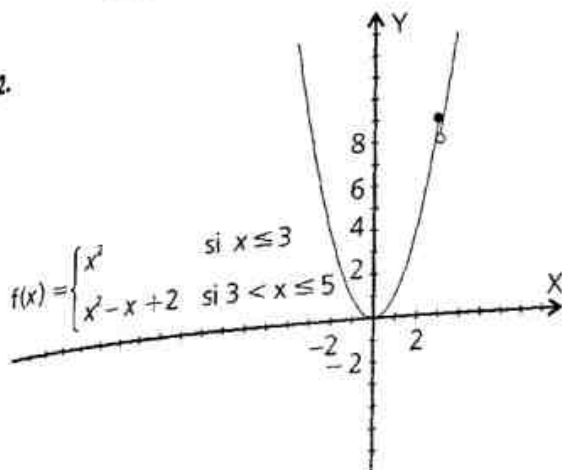
41.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x < 5 \\ 2x + 1 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$



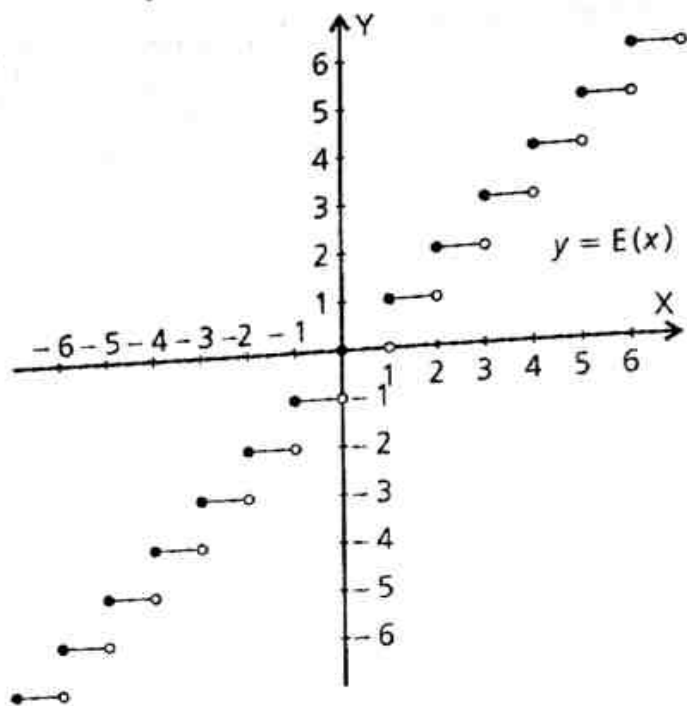
42.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ x^2 - x + 2 & \text{si } 3 < x \leq 5 \end{cases}$$



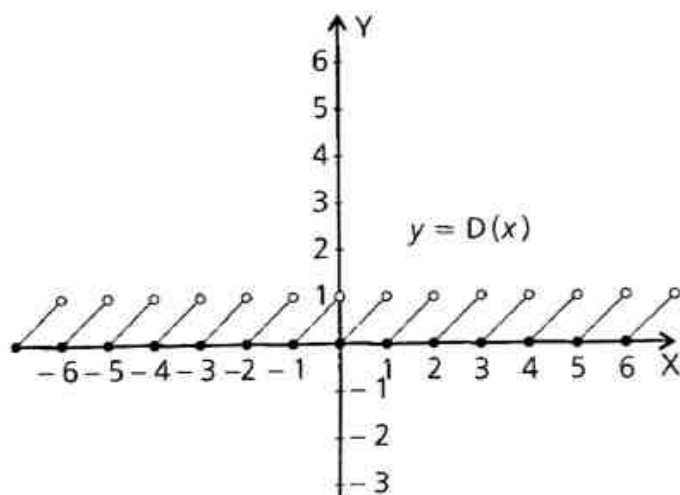
- Dom $(f) = (-\infty, 5]$
- Im $(f) = [0, +\infty)$
- Corte con el eje X: $(0, 0)$
- Corte con el eje Y: $(0, 0)$
- Es creciente en $(0, 3) \cup (3, 5)$ y decreciente en $(-\infty, 0)$.
- Tiene un mínimo relativo en $x = 0$ y dos máximos relativos en $x = 3$ y $x = 5$.
- No está acotada superiormente, pero sí lo está inferiormente.
- Mínimo absoluto: $L = 0$.
- No es simétrica ni periódica.

43.

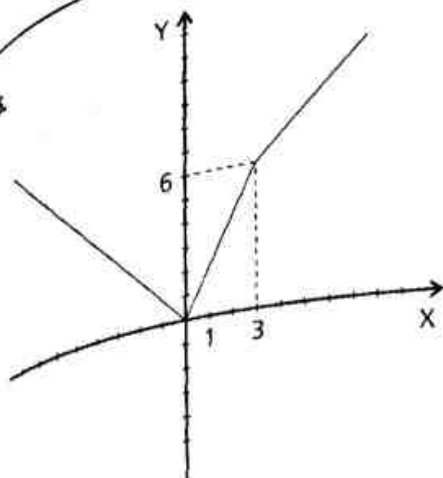


- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = \mathbb{Z}$
- Es creciente en $\mathbb{R}$.
- No está acotada superior ni inferiormente.
- No tiene extremos relativos ni absolutos.
- No es simétrica.
- No es periódica.

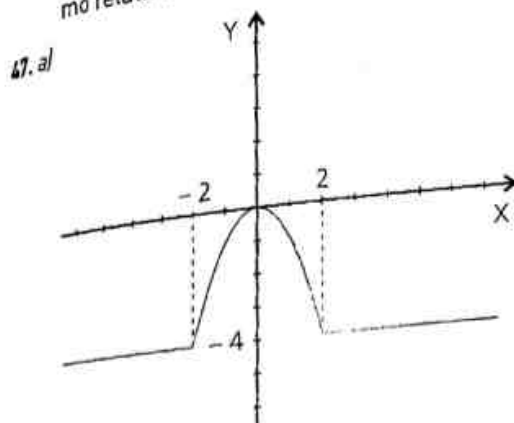
44.



- $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = [0, 1)$
- Es creciente en los intervalos de la forma $(n, n + 1)$, con $n \in \mathbb{Z}$.
- Está acotada superior e inferiormente.
- $\text{Sup}(f) = 1$ y no tiene máximo absoluto.
- $\text{Inf}(f) = 0$; mínimo absoluto: $L = 0$.
- No es simétrica.
- Es periódica de período $T = 1$.

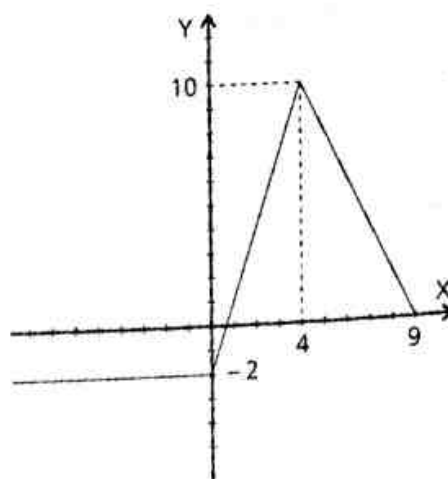


46. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$
 b) Es estrictamente decreciente en: $(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$
 Es estrictamente creciente en: $(0, 3)$
 c) No está acotada.
 d) Presenta un mínimo relativo en $(0, 0)$ y un máximo relativo en $(3, 6)$.



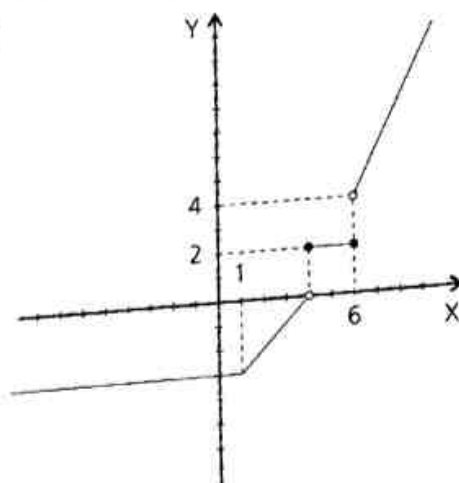
47. a)
 b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-4, 0]$
 c) Es estrictamente decreciente en $(0, 2)$.
 Es estrictamente creciente en $(-2, 0)$.
 Constante en: $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
 Está acotada superiormente y su máximo es el cero.
 d) Es una función par.
 e) Tiene un máximo relativo en $(0, 0)$.

48. a)



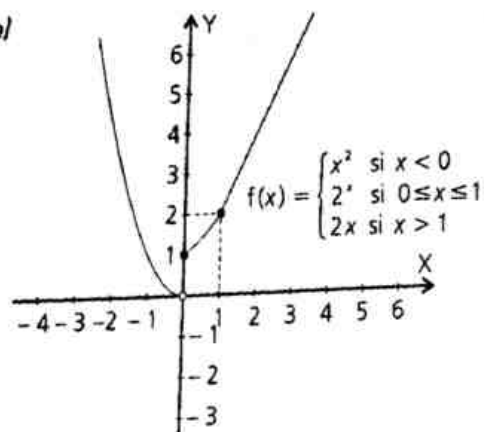
- b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
 c) Es estrictamente decreciente en $(4, \infty)$.
 Es estrictamente creciente en: $(0, 4)$.
 d) No presenta ninguna simetría.
 e) Está acotada superiormente y su máximo es 10.

49. a)

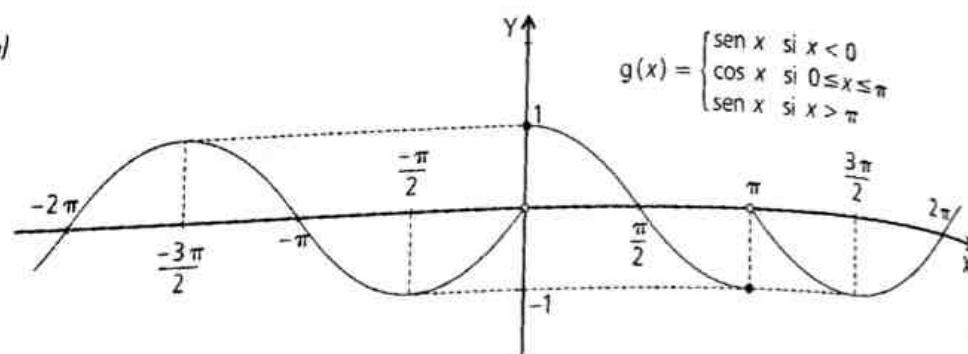


- b) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
 c) Es estrictamente creciente en: $(1, 4) \cup (6, \infty)$ y constante en el resto del dominio.
 Está acotada inferiormente y su mínimo es -3.
 50. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$
 b) Es estrictamente decreciente en: $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$
 Es estrictamente creciente en: $(-3, 0) \cup (2, 4)$
 c) No está acotada.
 d) Tiene un mínimo relativo en $(-3, 3)$ y un máximo relativo en $(4, 16)$.

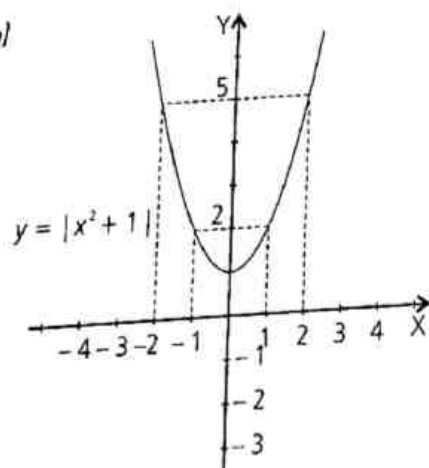
51. a)



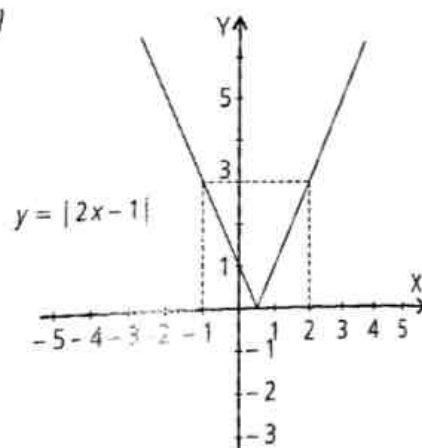
b)



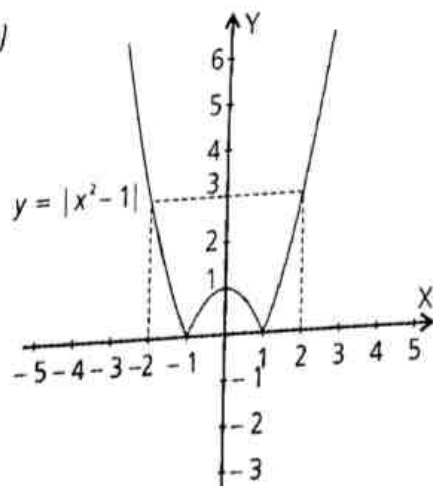
52. a)



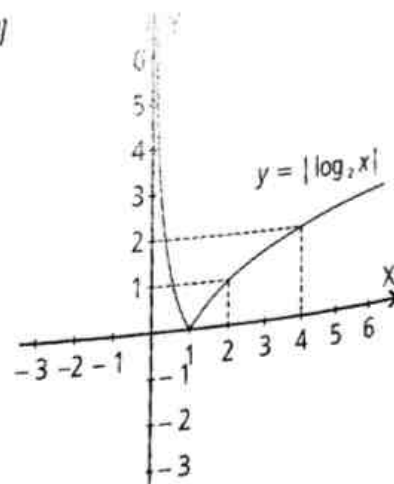
c)

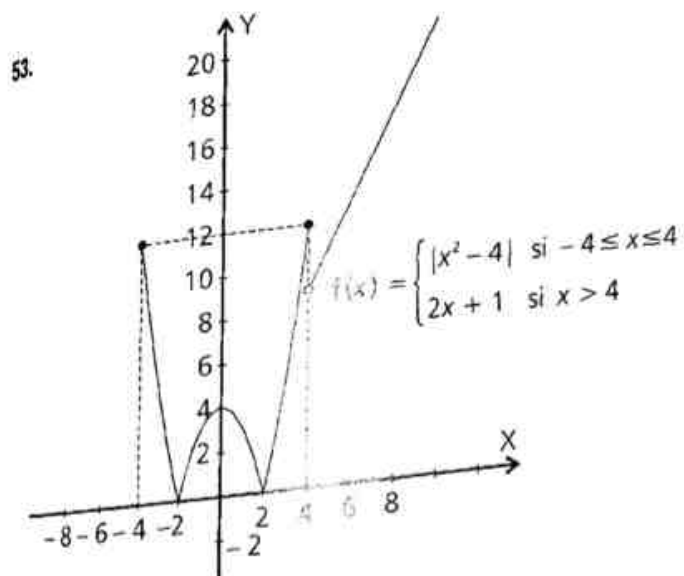
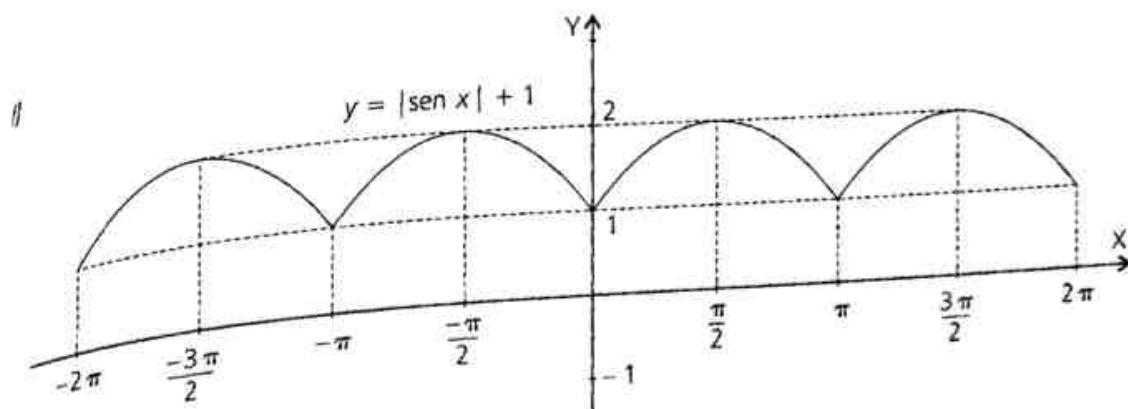
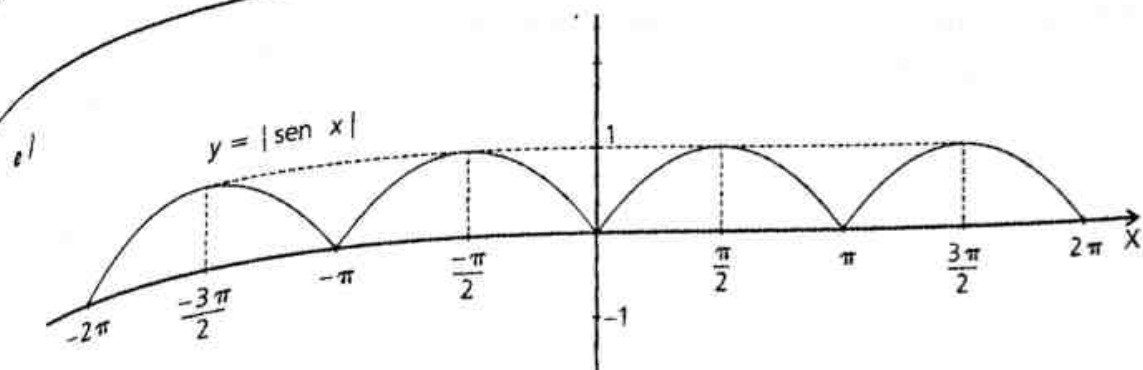


b)



d)





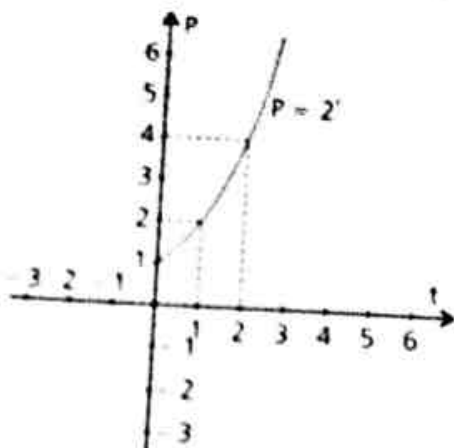
54. a) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x < 3 \\ -x + 4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $f(x) = -2 + \text{sen } x$

c) $y = |x^2 - 1|$

PROBLEMAS

55. a)



El dominio está formado solo por valores positivos, puesto que el tiempo de propagación del rumor no puede ser negativo.

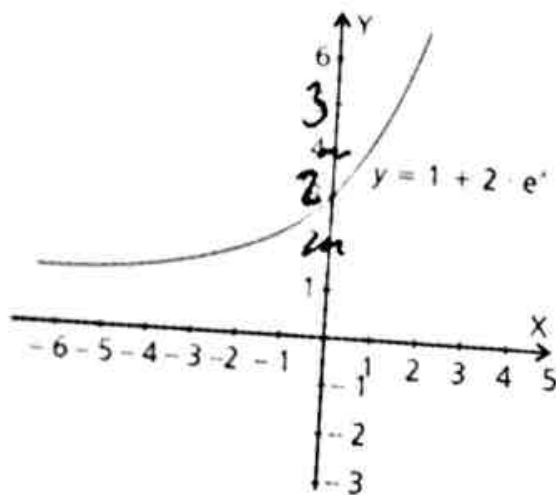
b/ $P = 2^5 = 32$ personas.

56. a/ $f(x) = 4^x$

b/ $f(4) = 4^4 = 256$ flores.

c/ Han de pasar 6 años.

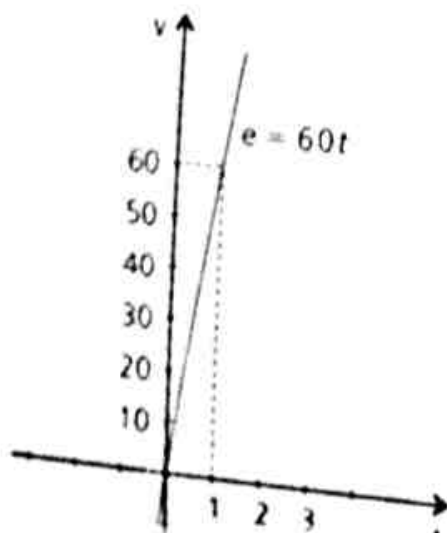
57. a)



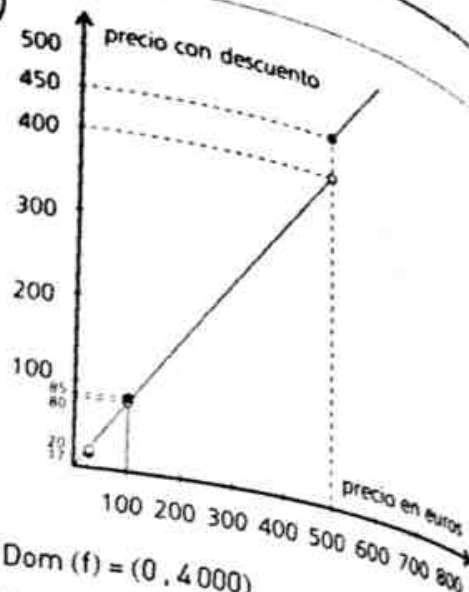
b/ Se duplicará para $x = \ln \frac{5}{2} \approx 0.916$ días.

c/ La población existente el primer mes se duplicará a los 24 días.

1. $e = v \cdot t = 60t$



59. a)



b/ $\text{Dom}(f) = (0, 4000)$

c/ Es una función a trozos.

60. La expresión de la función que nos da la evolución del número de bacterias es:

$$P_n = 200 \cdot 2^n$$

Donde n son los periodos de 4 horas transcurridos desde el instante inicial.

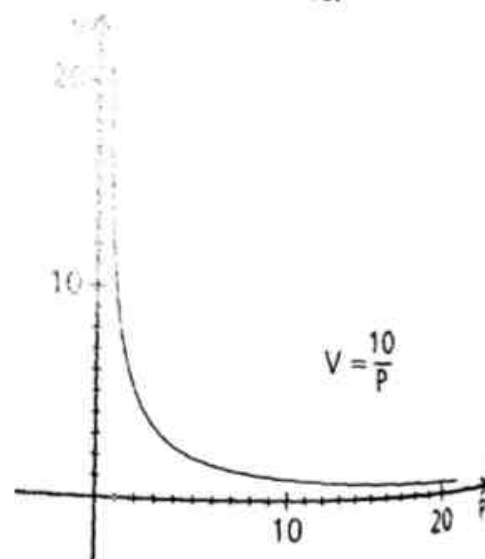
Así, a las 28 horas se tendrá una población $P_7 = 200 \cdot 2^7 = 200 \cdot 128 = 25600$ bacterias.

61. El gas que tenemos verifica la expresión:

$$P \cdot V = k \Rightarrow 2 \cdot 5 = 10 = k$$

Y la expresión que nos da el volumen en función de la presión es: $V = \frac{10}{P}$

Su representación gráfica es:



1. Die Aufgabe ist, die folgenden Aussagen zu analysieren und zu bewerten.
 2. Die Aussagen sind:

- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.

3. Die Aufgabe ist, die folgenden Aussagen zu analysieren und zu bewerten.
 4. Die Aussagen sind:

- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.

5. Die Aufgabe ist, die folgenden Aussagen zu analysieren und zu bewerten.
 6. Die Aussagen sind:

- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.
- Die Aussage ist wahr, wenn die Bedingung erfüllt ist.
- Die Aussage ist falsch, wenn die Bedingung nicht erfüllt ist.