2010 - 4 ESO

Fase 1

1.- Para medir los decibelios, magnitud del sonido, se usa la expresión $d = 10 * \log(n)$ siendo n el número de veces que el nivel del sonido supera el mínimo audible.

En una calle se miden 60 decibelios y en una discoteca 115 decibelios.

a) ¿ Cuántas veces supera el sonido de la discoteca el mínimo audible. ?
b) ¿ Cuál es la proporción del sonido de la calle respecto al de la discoteca. ?
c) ¿ Podríamos escuchar un sonido con un valor de decibelios menor a cero ? Explica tu respuesta.

2.- Resuelve las inecuaciones:

a) $x(x+1)(x^2-16) \leq 0.$

b) $|x-3| < |2x-1|.$

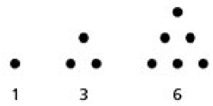
c) $|x-1| < |x+1|.$

3.- Una carretera tiene 3 tramos. Uno primero de 15 km con un desnivel del 8%, el segundo de 9 km con un desnivel del 11% y el tercero de 18 km con un desnivel del 7%.

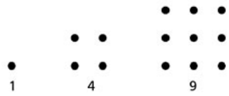
a) ¿ Cuál es la pendiente media del recorrido. ?
b) ¿ A qué distancia recorrida la pendiente media será del 8,5% ? ¿ Puede haber más de una solución ?
c) ¿ A qué distancia recorrida la pendiente media será del 9,25% ? ¿ Puede haber más de una solución ?

Fase 2

1.- Consideremos dos series de números.

- la primera formada por los números triangulares, 

….

- la segunda formada por los números cuadrados, 

….

a) Escribe los 10 primeros números de estas series.
b) Como puedes observar, un elemento de la serie de los números cuadrados es igual a la suma de dos elementos de la serie de los números triangulares, el de la misma posición en la serie y el anterior. Esto ¿ se cumplirá siempre o no ? Justifica tu respuesta.

2.- Resuelve, cuando sea posible:

(a) $\ln(1-x)+\ln(1+x)=1$ (b) $2^{2x+2}=9(2^x)-2.$

3.- Consideremos que vamos paseando por la orilla de un río. En un momento miramos dos torres que hay a ambos lados del río y las vemos con un ángulo entre ellas de 45 grados. Avanzamos 70 metros y en ese momento vemos las torres con un ángulo entre ellas de 60 grados. Además vemos el pico de la torre que está en nuestro lado del río con un ángulo de 30 grados. Calcula la anchura del río, suponiendo que sus orillas son rectas y paralelas, y la altura de la torre de nuestro lado.

2010 – 1 BAC

Fase 1

1.- Una fábrica construyó 2400 bicicletas en 1980. En el año 1992 construyó 3600 con un incremento constante durante esos años. La cantidad de bicicletas que las tiendas le pedían era de 2904 en 1980 y de 3816 en 1992 (la demanda también mantenía un incremento constante). En qué momento la producción igualó a la demanda de bicicletas y cuántas bicicletas se hicieron ese año. Si posteriormente a 1992 la producción se hubiera reducido en un 10% por un problema en una máquina, en qué año la producción ha superado a la demanda.

2.- Hallar los siguientes límites de funciones:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$.

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x\cos x}{tg\, x}$ (Recuerda que: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{sen\, x}{x} = 1$).

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-e^{x}}$.

d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{2+x}-\sqrt[3]{2-x}}$.

e) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

3.- Consideremos una corral de forma circular de 10 metros de rádio. Me encargan vallarlo y puedo elegir entre una valla cuadrángular o una hexagonal. Cada metro de valla me cuesta 15 euros y por cada metro de zona vallada me darán 2 euros. Que forma me interesa más. (nota: para los cálculos, aproxima $\sqrt{2}$ a 1,4 y $\sqrt{3}$ a 1,7).

Fase 2

1.- a) Demostrar que: $\min(a,b) = \dfrac{a+b-|a-b|}{2}$

$$\max(a,b) = \frac{a+b+|a-b|}{2}$$

b) Halla el dominio, el rango y estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}.$$

2.- Un fabricante de motores produce unos 30% defectuosos. El coste es de 4000 € y el precio de venta 9000 €. Si el motor es defectuoso, debe devolverse lo cobrado y pagar una indemnización de 6000 €.

a) Calcular el beneficio medio por motor.

b) Se puede hacer una prueba de control que cuesta 2000 € y determina si el motor es o no defectuoso previamente a su venta. Estudiar si es rentable realizar dicha prueba.

3.- Sabiendo que: $\dfrac{1}{n+1} < \ln(n+1) - \ln(n) < \dfrac{1}{n}$, para todo n$\in$N, probar que

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1} < \ln(n+1) < 1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n}.$$

¿ Cuánto vale: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\cdots+\dfrac{1}{n}\right)$?